

# 湖区风环流对湖泊环流影响的 探讨和数值模拟

焦春萌 濮培民

(中国科学院南京地理与湖泊研究所, 210008)

熊谷道夫

(琵琶湖研究所, 日本)

**提要** 本文对北半球大湖中普遍存在的大规模反时针环流的形成, 提出了一种物理解释, 认为大气在经过湖体时的地转适应过程产生了一个有利于这种环流形成的附加风场。这种环流的强度在一年四季中是变化的, 夏季最强, 冬季最弱。在此理论的基础上建立了一个三维非线性水动力学数学模型。数值试验表明, 风场的有旋性对这种环流的形成起了决定性的作用。计算得到的环流形态基本上与实测结果相吻合。

最近几年, 人们对湖水运动问题进行了很多研究。通过对北半球的大湖和内海的考察发现, 几乎全部存在一种反时针的大环流<sup>[1]</sup>。这种现象的发现及其演变规律的研究, 对总体上预报污染物从污染源依环流方向的扩散很有意义。对此, 很多学者给出了不同的物理解释<sup>[1, 3, 5]</sup>。

本文通过对日本琵琶湖和中国太湖的实测资料的分析, 结合动力气象学中的地转适应理论, 得出了一种湖泊环流形成的动力机制。笔者试图把该机制与“热力稳定度差异”机制结合起来, 以解释湖泊环流的形成。

1986年5月—1987年10月, 在中、日太湖、琵琶湖物理湖泊学合作研究中, 在太湖周围建立了三个水文气象观测点和一个水上平台, 取得了风、水位、湖流等资料。本文在理论分析的基础上, 根据这些实测资料进行数值模拟, 以寻求湖泊环流与风场的关系。

## 一、数学模型

根据太湖的实际情况, 本文采用以下三维非线性水动力学偏微分方程组:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(uu)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} - fv + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) = 0 \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(vu)}{\partial x} + \frac{\partial(vv)}{\partial y} + \frac{\partial(vw)}{\partial z} + fu + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \end{aligned} \quad (1)$$

$$-\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g = 0 \quad (3)$$

连续方程为:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

上述方程在笛卡尔直角坐标系中,取  $xoy$  平面为静止时的湖面;  $x$  轴向东为正,  $y$  轴向北为正;  $z$  轴以静止水面为零点,铅直向上为正;  $u, v, w$  分别为  $x, y, z$  方向的流速;  $f$  = 科氏力参数 =  $2Q \sin \phi$ ,  $Q$  = 地球自转角速度,  $\phi$  = 北纬纬度;  $p$  为水体内的压力;  $\rho$  为水体密度;  $\tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yx}, \tau_{yy}, \tau_{yz}$  为湍流剪应力;  $g$  为重力加速度。

把水平方向的湍流剪应力参数化,设  $x, y$  方向的湍流交换系数一致,写成矢量形式,方程为:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -2\vec{\Omega} \times \vec{v} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{A}{\rho} (\nabla^2 u\vec{i} + \nabla^2 v\vec{j}) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \vec{\tau}}{\partial z} \quad (5)$$

式中,  $A$  为水平湍流交换系数;  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ ;  $\vec{\tau}$  为以  $z$  轴正方向为法矢量的平面上的湍流剪应力。

### 1. 初始条件

对于给定的计算区域  $\mathcal{D}$ :

$$\begin{aligned} \zeta(x, y, t)|_{t=0} &= 0 \\ u(x, y, z, t)|_{t=0} &= 0 \\ v(x, y, z, t)|_{t=0} &= 0 \\ w(x, y, z, t)|_{t=0} &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

式中,  $\zeta$  为关于静止湖面的相对水位。

### 2. 边界条件

在水陆交界面  $\Gamma$  上:

$$\begin{cases} \vec{v} \cdot \vec{n}|_{\Gamma} = 0 \\ \left. \frac{\partial \zeta}{\partial t} \right|_{\Gamma} = - \frac{\partial V_n}{\partial n} \end{cases} \quad (7)$$

式中,  $\vec{n}$  为岸线的法矢量。

### 3. 地形条件

在计算区域  $\mathcal{D}$  内给定湖底高程  $\zeta_0(x, y)$ 。

## 二、波浪作用参数化

对太湖这样一个大的浅水湖泊,波浪在传输能量的过程中起了非常重要的作用。由于波浪的尺度远小于本文采用的网格的尺度,故采用参数化的办法处理波浪的作用。

首先,把速度场分解:

$$\begin{cases} \vec{v} = \bar{v} + \tilde{v} + \vec{v}' \\ w = \tilde{w} + w' \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $\vec{v}$  为流速的平面矢量;  $w$  为垂直速度;  $\tilde{v}, \tilde{w}$  为由于波浪作用造成的水平和垂直速度;  $\vec{v}', w'$  为脉动速度。则:

$$\bar{\tau}/\rho = -(\bar{v} + \vec{v}')(\tilde{w} + w') = -\bar{v}\tilde{w} - \vec{v}'w' \quad (9)$$

(9)式的第二项为 Reynolds 应力:

$$-\vec{v}'w' = K_p \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \quad (10)$$

(9)式的第一项为波浪造成的应力:

$$-\bar{v}\tilde{w} = K_w \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \quad (11)$$

于是,(9)式化为:

$$\bar{\tau}/\rho = (K_p + K_w) \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \quad (12)$$

### 1. $K_p$ 的求法

对于浅水域, Thackston 指出:

$$K_p = -\alpha u_{*z}(1 + z/D) \quad (13)$$

其中,  $\alpha$  为 von Karman 常数, 取为 0.4;  $D$  为水深;  $u_{*z}$  为摩擦速度。

### 2. $K_w$ 的求法

对于浅水域, Kitaigorodsky 指出:

$$K_w = a(b - z)^2 \exp(cz) \quad (14)$$

式中,  $a = \alpha\delta(2\pi g/L)^{\frac{1}{2}}$ ;  $b = \delta L/2$ ;  $c = 2\pi/L$ ;  $\alpha = 0.02$ ;  $\delta = H/L$ ;  $H$  = 波高;  $L$  = 波长。

利用美国海岸研究中心的 SMB 方法和太湖实测资料, 经统计分析得:

$$gH/W^2 = 0.13(gD/W^2)^{0.73} \quad (15)$$

$$gT/W = 6.23(gD/W^2)^{0.375} \quad (16)$$

$$L = gT^2/2\pi \tan h(2\pi D/L) \quad (17)$$

式中,  $W$  为风速;  $T$  为波动周期。

## 三、关于湖泊环流形成机制的理论分析

将  $\nabla \times ( )$  算子作用于矢量方程(5), 经量纲分析化简得湖体绝对涡度方程:

$$\frac{d\bar{Q}}{dt} - \bar{Q} \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial(\nabla \times \bar{\tau})}{\partial z} \right) \quad (18)$$

式中,  $\bar{Q} = 2\bar{Q} + \bar{q}$  为绝对涡度矢量,  $\bar{q}$  为相对涡度矢量,  $\bar{q} = \nabla \times \vec{v}$ 。

把(18)式右边取差分近似, 考虑到太湖湖底平坦, 取近似得:

$$\frac{d\bar{Q}}{dt} - \bar{Q} \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{1}{\rho D} \nabla \times \bar{\tau} \quad (19)$$

两边取  $\frac{1}{S} \iint ( ) \cdot d\vec{S}$  (沿太湖整个湖面积分,  $S$  为整个湖面面积), 记  $\frac{1}{S} \iint \bar{Q} \cdot d\vec{S}$

为  $\bar{Q}$ , 把(19)式右边按格林公式展开, 得:

$$\frac{d\bar{Q}}{dt} - \frac{\bar{Q}}{S} \frac{\partial}{\partial t} \iint \zeta ds = \frac{1}{\rho DS} \oint_l \vec{\tau} \cdot d\vec{l} \quad (20)$$

式中,  $l$  为湖岸线。由质量守恒定律, (20)式可化为:

$$\frac{d\bar{Q}}{dt} = \frac{1}{\rho DS} \oint_l \vec{\tau} \cdot d\vec{l} \quad (21)$$

从图 1 看出, 当风场在 A 点进入湖面时, 由于阻力的突然减少而加速, 从而地转偏向力加大, 而气压场来不及调整, 于是, 风向右偏; 同理, B 点的风向左偏。去掉背景风场就得到图 1b 所示的附加风场。于是, 得出结论: 垂直于湖岸的风场(无论风向如何)在通过湖体时, 总是产生一个气旋式的附加风场。

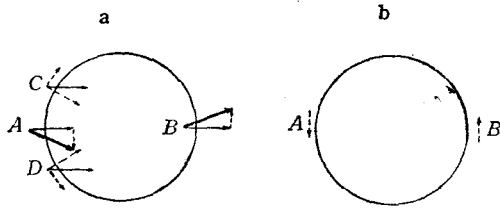


图 1 风场经过湖面的示意图

Fig. 1 The sketch that wind goes over lakes  
a. 风场经过湖面; b. 附加风场。

对于图 1a 中的 C, D 两点, 将风场分解成平行于和垂直于湖岸的两个分量。垂直分量总是产生一个气旋式的附加风场; 对于平行于湖岸的分量, 用  $\oint_l \vec{\tau} \cdot d\vec{l}$  来讨论:

$$\oint_l \vec{\tau} \cdot d\vec{l} = \alpha R + \alpha \int_{ADB} |\vec{V}| \vec{V} \cdot d\vec{l} + \alpha \int_{BCA} |\vec{V}| \vec{V} \cdot d\vec{l} \quad (22)$$

式中,  $\alpha$  为常数。

(22) 式右边第一项是附加风场造成的气旋式涡度项, 它恒为正; 第二、三项的符号是相反的。如果  $\vec{V}$  在岸线 ADB 和 BCA 上不对称(由于两岸地形不对称造成), 则这两项之和依风向可正、可负。对于风向多变的湖体, (22)式以第一项为主, 第二、三项不起作用; 对于特殊地形造成的风向恒定, 而又有明显不对称湖岸的湖体, 第二、三项起重要作用。这可以解释为什么夏季个别湖泊也存在顺时针环流。

分析这一机制和“稳定度差异”机制, 可以看出, 前者存在一个与风向无关的从而可以产生“累积”作用的部分, 这个部分在全年各季节都有利于气旋式环流的形成; 另一部分与湖泊周围地形的不对称性及风向有关, 对于风向多变的湖体, “累积”效果为零。稳定度差异机制, 只要湖体热量收支不均, 就会起作用; 该机制与风向无关, 可以产生“累积”效应。这两种机制的配合见表 1。从表 1 可以看出, 这两种机制在盛夏叠加, 从而使气旋式环流

表 1 稳定度差异机制与地转适应机制的比较

Tab. 1 Comparison of stability difference mechanism and geostrophic adjustment mechanism

季节	稳定度差异机制	地转适应机制	湖体不对称性
冬→春→夏	气旋式①	气旋式	
夏→秋→冬	反气旋式②	气旋式	

① 在夏季, 累积效果达最强; ② 在冬季, 累积效果达最强。

达最强;在冬季作用相反,环流最弱。这个结论用日本琵琶湖的资料得到了证实。

这两种机制都是地转偏向力间接作用的结果。可以推论,南半球的湖泊环流与北半球的相反。以上是理论分析的结果。下面通过数值试验加以验证。

### 四、计算方法和差分格式

#### 1. 差分格式

为了求解方程,在垂直方向上把湖体分成两层。第一层为 1m, 其余为第二层。如图 2 所示。

取  $x = i\Delta x, y = j\Delta y, z = k\Delta z, t = n\Delta t$   
 ( $i = 0, 1, \dots, I, j = 0, 1, \dots, J, k = 1, 2, t = 0, 1, \dots, T$ ).

在空间上,取“跳点”网格,变量的配置如图 3。

对空间的偏导数用中央差格式,在边界上虚设了一圈边界点,使中央差格式可用于边界点。为防止边界上的反射波,本文采用“海绵”边界条件。对时间的偏导数用中央差和欧拉后差格式交替进行的方法。根据图 3 的变量配置,采用 Liu 的方法<sup>[2]</sup>,方程组的差分方程为:

$$\begin{aligned} \overline{\delta_t(\bar{h}^x u)^t} = & -\delta_x(\bar{h}^x u \bar{u}^x) - \delta_y(\bar{h}^y v \bar{u}^y) - \bar{h}^x \delta_x(\bar{u}^x \bar{w}^x) - \bar{h}^x \delta_y(\bar{u}^x \bar{v}^y) \\ & - g \bar{h}^x \delta_x \zeta + A \delta_x(h \delta_x u)_- + A \delta_y(\bar{h}^{xy} \delta_y u)_- + (\tau^x)_{k-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

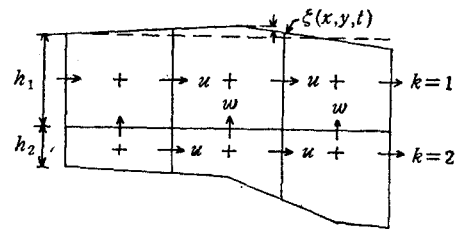


图 2 垂直截面上的变量分布

Fig. 2 Location of variables on the vertical grid

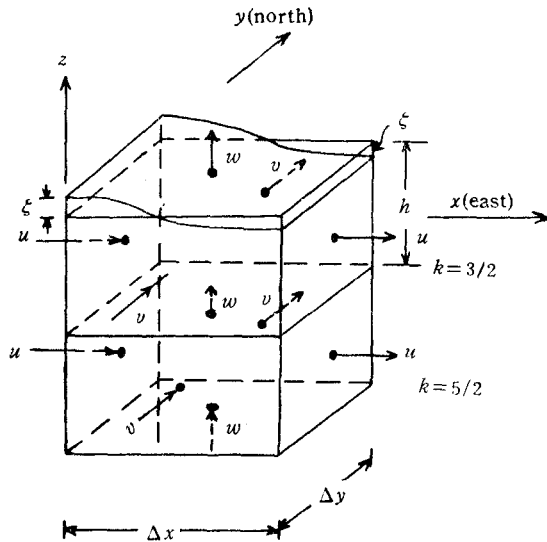
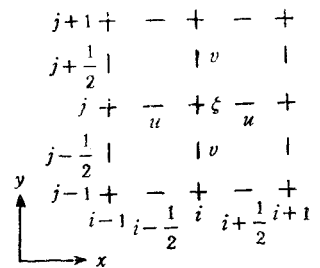


图 3 变量的空间配置图

Fig. 3 Relative position of the variables in the model



$$-(\tau^{zz})_{k+\frac{1}{2}} \left( i + \frac{1}{2}, j, k, n \right) \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \overline{\delta_i(\bar{h}^y v)^t} = & -\delta_x(\bar{h}^x u \bar{v}^x) - \delta_y(\bar{h}^y v \bar{v}^y) - \bar{h}^y \delta_z(\bar{v}^z \bar{w}^y) - f \bar{h}^y \bar{u}^{xy} \\ & - g \bar{h}^y \delta_y \zeta + A \delta_x(\bar{h}^{yx} \delta_x v)_- + A \delta_y(\bar{h}^y \delta_x v)_- + (\tau^{yz})_{k-\frac{1}{2}} \\ & - (\tau^{yz})_{k+\frac{1}{2}} \left( i, j + \frac{1}{2}, k, n \right) \end{aligned} \quad (24)$$

垂直速度和切应力:

$$w_{k-\frac{1}{2}} = - \sum_{l=k}^2 [\delta_x(\bar{h}^x u) + \delta_y(\bar{h}^y v)]_l \quad (i, j, k, n+1) \quad (25)$$

$$(\tau^{zz})_{k+\frac{1}{2}} = K[(\delta_x \bar{u}_-)^2 + (\delta_z \bar{v}_-^{xy})^2]^{1/2} (\delta_x \bar{u}_-) \left( i + \frac{1}{2}, j, k + \frac{1}{2}, n \right) \quad (26)$$

$$(\tau^{yz})_{k+\frac{1}{2}} = K[(\delta_x \bar{u}_-^{xy})^2 + (\delta_z \bar{v}_-)^2]^{1/2} (\delta_x \bar{v}_-) \left( i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}, n \right) \quad (27)$$

在上边界:

$$(\tau^{zz}, \tau^{yz})_{\frac{1}{2}} = C_D W^2 (\cos \theta, \sin \theta) \quad (28)$$

式中,  $\theta$  为  $x$  轴正方向与风向之夹角;  $W$  为 10m 高风速;  $C_D$  为经验常数。

在下边界:

$$\tau^{zz} = C_B u_- [u_-^2 + (\bar{v}_-^{xy})^2]^{1/2} \left( i + \frac{1}{2}, j, z, n \right) \quad (29)$$

$$\tau^{yz} = C_B v_- [(\bar{u}_-^{xy})^2 + v_-^2]^{1/2} \left( i, j + \frac{1}{2}, z, n \right) \quad (30)$$

连续方程为:

$$\overline{\delta_i \zeta}^t = - \sum_{k=1}^2 [\delta_x(\bar{h}^x u) + \delta_y(\bar{h}^y v)]_k \quad (i, j, n) \quad (31)$$

## 2. 模式中的主要参数

取  $x0y$  平面上的网格距  $\Delta x = \Delta y = 1.7\text{km}$ ; 取  $A = \bar{A}^x = \bar{A}^y = 7 \times 10^4 \text{cm}^2/\text{s}$ ; 风的拖曳系数取拟合公式:  $C_D = 1.56 \times 10^{-6} \times (1 + 0.00146W)$ ; 底部摩擦系数  $C_B$  取  $2.6 \times 10^{-3}$ ; 重力加速度取  $981 \text{cm}/\text{s}^2$ 。

## 五、计算结果及分析

下面,分两种风场状况来讨论。

### 1. 设风场无旋

图 4a, b 是风向为 SE、风速为 7m/s、积分 48 h 的结果。可以看出,全湖没有形成明显环流。数值试验表明,无论风向如何,均不会产生环流。可见,风场的旋度(本文讨论的两种机制均可造成风场的旋度)对湖泊环流的形成起了决定性的作用。

### 2. 取 1960 年 6—7 月相对应的 1987 年的风场资料

考虑到上文讨论的两种机制,在这个风场上叠加以  $10^{-4}/\text{s}$  的旋度。从图 5 中可见,存在两个稳定的环流中心: 主体环流中心在北部,还有一个次环流中心在南部。流场上层

最大流速为  $38\text{cm/s}$ ，下层最大流速为  $23\text{cm/s}$ 。从图 6 可以看出，整个环流形态和两个环流中心的位置都吻合得很好。计算表明，环流中心的位置与湖底地形有关。还可以看出，北部无锡湾处的流场实况与计算结果吻合得好，但东南部吻合得较差。这主要是由于本文没有计入出入流。

关于本文采用的经验参数  $A$ ， $C_D$ ， $C_B$ ，数值试验表明， $A$  在  $10^4$  量级上变化，对计算结果无影响； $C_D$ ， $C_B$  的不同取法对计算结果有影响，但本文和王谦谦的数值试验都表明，本文的取法是适合于太湖流场的。

把本文的模式与两维的整层积分模式相比较，可以看出，整层积分模式的计算结果流速偏小，无法与实况相拟合。本文的模式把性质不同的两个边界层分开而成为两层模式，得到的流场明显比整层积分模式强。两层模式还可以看出切变角和补偿流现象。

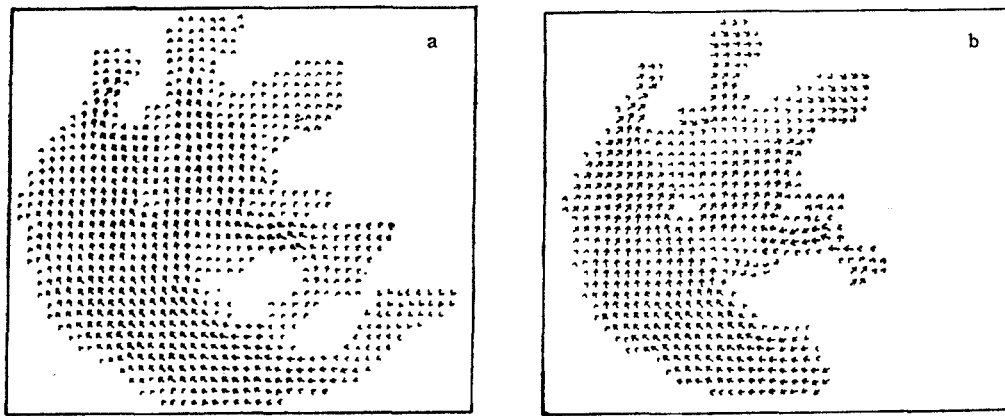


图 4 风场无旋时积分 48 h 流场

Fig. 4 Calculated flow field in 48 h without wind field rotation

a. 上层； b. 下层。

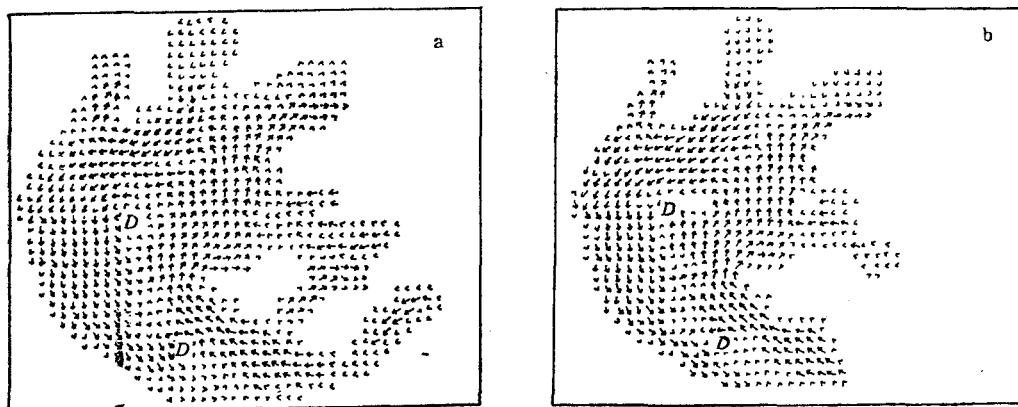


图 5 积分 48 h 流场

Fig. 5 Calculated flow field in 48 h

a. 上层； b. 下层。

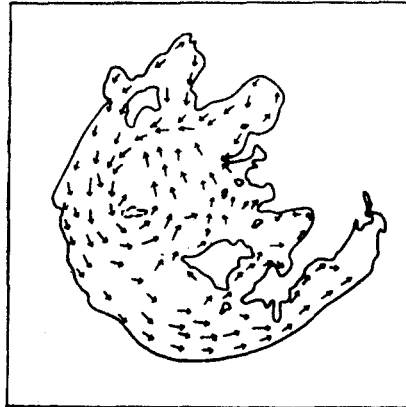


图 6 1960 年的湖流实测流场  
Fig. 6 Observed flow field in 1960

## 六、结 语

本文结合太湖的实测资料,提出了一个三维非线性湖泊水动力学的数学模型。通过理论分析和数值试验,得到如下一些结果。

1. 风场经过湖面时,无论风向如何,总是产生一个反时针的附加风场;该风场的存在有利于湖泊反时针环流的形成。
2. 湖泊周围的不对称地形造成的风场不对称性,对湖泊环流的形成有影响。
3. 湖泊环流的强度在一年四季中是变化的,夏季最强(气旋式环流);冬季最弱,甚至是不稳定的环流。
4. 波浪在浅水湖泊中对动量输送起了重要作用。
5. 本模式没有计入出入流的影响,使得计算结果与实测结果不能完全吻合;由于资料的缺乏,关于冬季湖泊环流形态及演变规律等问题尚待今后作进一步的探讨。

## 参 考 文 献

- [1] Emery, K. O. and G. T. Csanady, 1975. Surface circulation of lake and nearly land-locked seas. *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S.* 70(1): 93—97.
- [2] Liu, S. K. and J. J. Leendertse, 1978. Multidimensional numerical modelling of estuaries and coastal seas. *Advances in Hydroscience* 11: 95—164.
- [3] Norihisa Imasato, 1975. Study on the current in Lake Biwa (1) -Barotropic circular current induced by the uniform wind. *Jour. Oceanogr. Soc. Japan* 31: 15—24.
- [4] Yukio Oonishi and Norihisa Imasato, 1975. Study on the current in Lake Biwa (2)-Barotropic responses to uniform wind of a finite duration. *Jour. Oceanogr. Soc. Japan* 31: 53—60.
- [5] Yukio Oonishi, 1975. Development of the current induced by the topographic heat accumulation-The case of the axisymmetric basin. *Jour. Oceanogr. Soc. Japan* 31: 243—254.



## NUMERICAL SIMULATION OF THE EFFECT OF THE WIND CIRCULATION ON THE LAKE CURRENT CIRCULATION

Jiao Chunmeng, Pu Peimin

(*Nanjing Institute of Geography and Limnology, Academia Sinica, 210008*)

and

Michio Kumagal

(*Biwa Lake Research Institute, Japan*)

### ABSTRACT

It is well known that in large lakes in the northern hemisphere there exist large scale cyclonic circulations. Their formation and maintenance mechanisms have been studied by many researchers. Emery and Casanady (1973)'s explanation is that as warm surface water advects to the right of the prevailing wind the increased wind drag over this warm water results in a cyclonic wind stress that drives a cyclonic circulation. It can explain this phenomenon very well rather in summer, than in winter. In this paper, another mechanism is proposed to complete the Emery and Casanady's explanation.

Analyses show that when wind goes over a lake, it always creates additional cyclonic wind field which drives a cyclonic circulation, besides, if the lake shore is unsymmetrical about the center, the unsymmetry may affect the circulation, comparison of Emery and Casanady's mechanism with ours, we can see that they caused the same sign rotation in summer and different sign rotation in winter, so we come to a conclusion that the circulation is changeable with seasons, strongest in summer, weakest in winter, which is confirmed by the observation data from the Biwa Lake Research Institute of Japan.

Based on this theory, we designed a three-dimensional, non-linear hydrodynamical model. test showed that the rotation of wind is essential to the circulation of lakes. The calculation results generally coincide with the observation ones.

In this model, we neglected (did not count) the income and output water of the lake, thus making the calculation results differ more or less from the observation values. Because of lack of observation data in winter, we can not discuss the circulation pattern and evolution law in winter, which will be investigated in the future.