第 23 卷 第 4 期　　海 洋 与 湖 沼　　Vol. 23, No. 4
1992 年 7 月　　OCEANOLOGIA ET LIMNOLOGIA SINICA　　July, 1992

JONSWAP 谱的几个参量的研究*

郭 佩 芳
(青岛海洋大学物理海洋与海洋气象系，青岛 266003)

提要　对著名的风浪频谱 JONSWAP 谱的几个参量进行了研究，给出了风浪谱的尖度因子 P 与峰升高因子 γ、与平均频率和峰频率之比 $\bar{\omega}/\omega_0$ 的两个函数逼近关系。

关键词　风浪　风浪频谱

海浪频谱揭示了海浪能量随频率分布的内部结构，在海浪的理论研究和实际应用中，都有十分重要的意义。60 年代末，英、荷、美、德数国为了开发北海，进行了“联合北海波浪计划”，提出了著名的风浪频谱 JONSWAP 谱[1]。人们认为，该谱的优点之一在于引进峰升高因子 γ，来描述风浪的成长状态。但 γ 的确定要经过比较复杂的数值积分，这使谱的应用受到一定的局限。

近年来，文圣常教授在理论风浪频谱的研究中，提出了谱的尖度因子 P 的概念[2,3]，来描写风浪的不同成长状态，其物理意义不仅十分明显，而且可以由风浪的表观量有效波高 $H_{1/3}$ 和有效周期 $T_{1/3}$ 来表示。本文从数学推导出发，用数值积分的手段，采用函数逼近的方法给出尖度因子 P 与峰升高因子 γ、与 $\left(\frac{\bar{\omega}}{\omega_0}\right)^2$ 的两个函数逼近关系。

一、γ 与 P 的关系

JONSWAP 谱的一般形式为:

$$A^2(\omega) = \alpha g^2 \frac{1}{\omega^5} \exp\left[-\frac{5}{4}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{-4}\right] \gamma^{\exp\left[-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2\sigma^2\omega_0^2}\right]} \tag{1.1}$$

式中，$\alpha = 0.076\left(\frac{gx}{U}\right)^{-0.22}$; $\sigma = \begin{cases}\sigma_a = 0.07 & \omega \leqslant \omega_0 \\ \sigma_b = 0.09 & \omega > \omega_0\end{cases}$; $\gamma = \frac{E_{\max}}{E_{\max}^{PM}}$ 为峰升高因子；ω_0 为峰值频率；g 为重力加速度；x 为风区；U 为海面上 10m 高度处的风速。对式 (1.1) 作无因次化 $\tilde{S}(\tilde{\omega}) = \frac{A^2(\omega)\omega_0}{m_0}$ 和 $\tilde{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0}$ 处理，并根据尖度因子的定义 $P = \frac{A^2(\omega_0)\omega_0}{m_0}$，可得 JONSWAP 谱无因次的两种形式:

$$\tilde{S}(\tilde{\omega}) = P\frac{1}{\tilde{\omega}^5}\exp\left[-\frac{5}{4}(\tilde{\omega}^{-4}-1)\right]\gamma^{\exp\left[-\frac{(\tilde{\omega}-1)^2}{2\sigma^2}\right]-1} \tag{1.2}$$

---

* 本文承文圣常教授指教，深表谢意。

接受日期：1991 年 10 月 11 日。

和

$$\tilde{S}(\tilde{\omega}) = \frac{\frac{1}{\tilde{\omega}^5}\exp\left[-\frac{5}{4}\tilde{\omega}^{-4}\right]\gamma^{\exp\left[-\frac{(\tilde{\omega}-1)^2}{2\sigma^2}\right]}}{\int_0^\infty \frac{1}{\tilde{\omega}^5}\exp\left[-\frac{5}{4}\tilde{\omega}^{-4}\right]\gamma^{\exp\left[-\frac{(\tilde{\omega}-1)^2}{2\sigma^2}\right]}d\tilde{\omega}} \tag{1.3}$$

由式 (1.2) 和 (1.3) 可得:

$$P = \frac{\gamma \exp\left[-\frac{5}{4}\right]}{G_0(\gamma)} \tag{1.4}$$

其中

$$G_0(\gamma) = \int_0^\infty \frac{1}{\tilde{\omega}^5}\exp\left[-\frac{5}{4}\tilde{\omega}^{-4}\right]\gamma^{\exp\left[-\frac{(\tilde{\omega}-1)^2}{2\sigma^2}\right]}d\tilde{\omega} \tag{1.5}$$

式 (1.4) 为 JONSWAP 谱的谱峰尖度因子 P 与谱峰升高因子 γ 的精确的含有积分式的解析关系式,表明两者是可以互相换算的。

式 (1.5) 的积分结果是不能以严格的解析形式表达的。本文以数值积分的方法，给出式 (1.5) 的数值解,从而得到式 (1.4) 的数值关系，并由此给出 P 与 γ 的经验的函数逼近关系式:

$$P = 2.2\ln(\gamma + 1) - 0.1, \tag{1.6}$$

及其对应的关系:

$$\gamma = \exp\left[\frac{P + 0.1}{2.2}\right] - 1 \tag{1.7}$$

式 (1.4) 和 (1.6) 的数值关系及其相对误差如表 1 所示。式 (1.4) 和式 (1.6) 的图形比较如图 1 所示，其中实线为式 (1.4)，虚线为式 (1.6)。从表 1 和图 1 可以看到，式 (1.4) 数值与经验函数逼近关系式 (1.6) 的吻合程度良好，最大相对误差为 0.862%，最小相对误差为 0.00%。从而表明，经验逼近函数式 (1.6) 能够很好的反映 P 与 γ 的真实关系式 (1.4)。

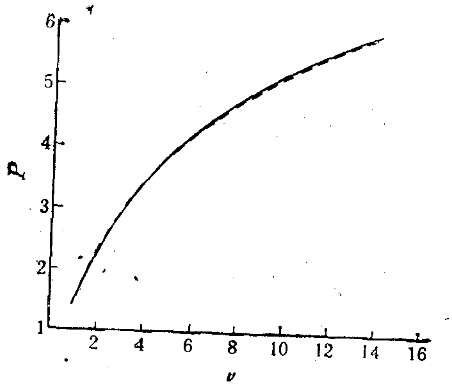

图 1　P 与 γ 的数值关系与函数逼近关系的比较

Fig. 1 Comparison of numerical and approximate function relations between P and γ

表 1　γ 与 P 的数值关系

Tab. 1 Relation between γ and P

γ	1.000	2.000	3.000	4.000	5.000	6.000	7.000	8.000	9.000	10.000
式 (1.4)	1.433	2.300	2.938	3.441	3.854	4.204	4.507	4.772	5.008	5.220
式 (1.6)	1.425	2.317	2.950	3.441	3.842	4.181	4.475	4.734	4.966	5.175
Δ	0.558	−0.739	−0.408	0.000	0.311	0.547	0.710	0.796	0.839	0.862

注: $\Delta = \frac{\text{式 (1.4)} - \text{式 (1.6)}}{\text{式 (1.4)}} \times 100\%$ 为两式的相对误差。

二、$\alpha, \frac{\bar{\omega}}{\omega_0}$ 与 P 的关系

在 JONSWAP 谱中，α 为表征风浪能量大小的重要的参量。在式(1.1)中令 $\omega=\omega_0$，并根据谱峰的尖度因子 P 的定义及式(1.6)，可以得到:

$$\alpha=\frac{P\omega_0^4 m_0}{g^2\exp\left[-\frac{5}{4}\right]\left(\exp\left[\frac{P+0.1}{2.2}\right]-1\right)} \tag{2.1}$$

谱的平均频率 $\bar{\omega}$ 与峰值频率 ω_0 之比，从另一个角度反映了风浪的不同的成长状态，因而也是人们经常使用的一个重要的谱参量。

由式(1.1)可以知道，JONSWAP 谱的零阶矩和二阶矩分别为:

$$m_0=\alpha g^2\omega_0^{-4}G_0(\gamma) \tag{2.2}$$

$$m_2=\alpha g^2\omega_0^{-2}G_2(\gamma) \tag{2.3}$$

其中: $G_0(\gamma)$ 为式(1.5)

$$G_2(\gamma)=\int_0^{\infty}\tilde{\omega}^{-3}\exp\left[-\frac{5}{4}\tilde{\omega}^{-4}\right]\gamma^{\exp\left[-\frac{(\tilde{\omega}-1)^2}{2\sigma^2}\right]}d\tilde{\omega} \tag{2.4}$$

根据谱的平均频率的定义 $\bar{\omega}^2=\frac{m_2}{m_0}=\omega_0^2G_2(\gamma)/G_0(\gamma)$ 则有:

$$\left(\frac{\bar{\omega}}{\omega_0}\right)^2=\frac{G_2(\gamma)}{G_0(\gamma)}=G(P) \tag{2.5}$$

由式(2.4)可以看到，$G_2(\gamma)$ 同 $G_0(\gamma)$ 一样，其积分结果也是不能以严格的解析形式来表示的。此处仍以数值积分的形式计算 $G_2(\gamma)$，并根据相应的 $G_0(\gamma)$ 计算出 $G(P)$，最后给出经验函数逼近关系式:

$$\left(\frac{\bar{\omega}}{\omega_0}\right)^2=3.35-0.94\ln(P+3)+0.003(P-4)^2 \tag{2.6}$$

式(2.5)的数值解和式(2.6)的对应值及其相对误差如表2。式(2.5)和式(2.6)的图形比较如图2，其中实线为式(2.5)，虚线为式(2.6)。从表2和图2可知，式(2.5)和式

表2 $\left(\frac{\bar{\omega}}{\omega_0}\right)^2$ 与 P 的数值关系

Tab. 2 Relation between $\left(\frac{\bar{\omega}}{\omega_0}\right)^2$ and P

P	1.433	2.300	2.938	3.441	3.854	4.204	4.507	4.772	5.008	5.220
式(2.5)	1.981	1.794	1.681	1.601	1.542	1.495	1.457	1.425	1.398	1.375
式(2.6)	1.970	1.791	1.679	1.600	1.541	1.494	1.456	1.424	1.397	1.374
Δ	0.555	0.167	0.119	0.062	0.065	0.067	0.069	0.070	0.072	0.073

注: $\Delta=\frac{式(2.5)-式(2.6)}{式(2.5)}\times100\%$ 为两式的相对误差。

(2.6) 吻合良好，最大相对误差为 0.555%，最小相对误差为 0.062%，从而表明，式 (2.6) 能够很好地反映式 (2.5) 中的 P 与 $\left(\frac{\bar{\omega}}{\omega_0}\right)^2$ 的真实关系。

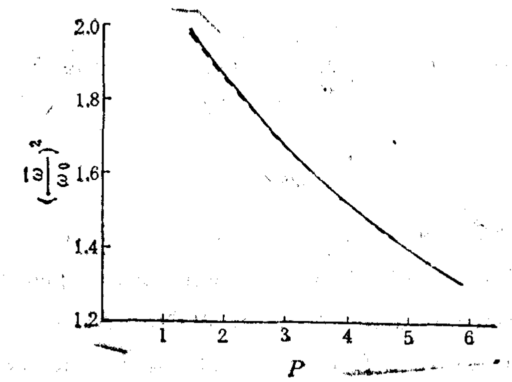

图 2　$\left(\frac{\bar{\omega}}{\omega_0}\right)^2$ 与 P 的数值关系与函数逼近关系

Fig. 2　Comparison of numerical and approximate function relation between $\left(\frac{\bar{\omega}}{\omega_0}\right)^2$ and P

三、结　语

通过对风浪频谱 JONSWAP 谱中几个参量的研究表明，谱峰的尖度因子 P 与谱峰的升高因子 γ、与谱的平均频率 $\bar{\omega}$ 除峰值频率 ω_0 的平方 $\left(\frac{\bar{\omega}}{\omega_0}\right)^2$ 这两个参量之间是可以相互换算的，用数值积分的方法给出 P 与这两参量的简单的函数逼近关系式及其与 α 的衍生关系。研究结果表明，这两个函数逼近关系与其精确的数学关系吻合良好。这对 JONSWAP 谱的研究和应用将有积极的意义。

参　考　文　献

[1] 文圣常、余宙文，1985，海浪理论与计算原理，科学出版社，146—148。

[2] Wen, S. C., et al, 1989a Improved form of wind wave frequency spectrum, *Acta Oceanol. Sin.*, 8(4): 467—483.

[3] Wen, S. C. et al, 1989b, Parameters in wind-wave frequency spectra and their bearings on spectrum forms and growth, *Acta Oceanol. Sin.*, 8(1): 15—39.

STUDY OF SOME JONSWAP SPECTRUM FACTORS

Guo Peifang
(Dept. of Physical Oceanology and Marine Meteorology, Ocean University of Qingdao, Qingdao 266003)

ABSTRACT

Study of some JONSWAP spectrum factors yielded apporximation formulas with peakness factor P in Wen's theoretical wind wave frequency spectra as parameters for peak enhancement factor γ in the JONSWAP spectrum, for the square of $\bar{\omega}/\omega_0$, where $\bar{\omega}$ is the average frequency and ω_0 is the peak frequency in the JONSWAP spectrum, and for the nondimensional factor α. Numerical methods were then used to obtain the approximate experimental function of the three relationships:

$$1)\ \gamma = \exp\left[\frac{P+0.1}{2.2}\right] - 1,$$

$$2)\ \left(\frac{\bar{\omega}}{\omega_0}\right)^2 = 3.35 - 0.94\ln(P+3) + 0.003(P-4)^2,$$

and

$$3)\ \alpha = \frac{P\omega_0^4 m_0}{g^2\exp\left[-\frac{5}{4}\right]\left(\exp\left[\frac{P+0.1}{2.2}\right]-1\right)}.$$

Comparison showed the results obtained by using the two approximation were very close to the numerical values.

Key words Wind wave, Wind wave frequency spectra.