

LAGFD-II 区域性海浪数值 模式及其应用*

II. 特征线嵌入网格计算方法

潘增弟 孙乐涛 华锋 袁业立
(国家海洋局第一海洋研究所, 青岛 266003)

提要 给出了 LAGFD-II 区域性海浪数值预报模式的数值计算格式和特征线嵌入网格计算方法, 并给出了与 WAM 模式对比的计算结果和渤海寒潮浪模拟与实测数据的比较, 结果是相当一致的。

关键词 海浪数值模式 计算格式 数值方法

一、特征线嵌入网格计算格式

LAGFD-II 海浪数值模式是一种特征线嵌入网格而积分波数谱能量平衡方程的海浪模拟方法。由于该方法反映了波能包沿特征线传播的物理性质, 它克服了一般差分格式中容易出现的时间步长与空间步长不匹配而带来的不稳定性。

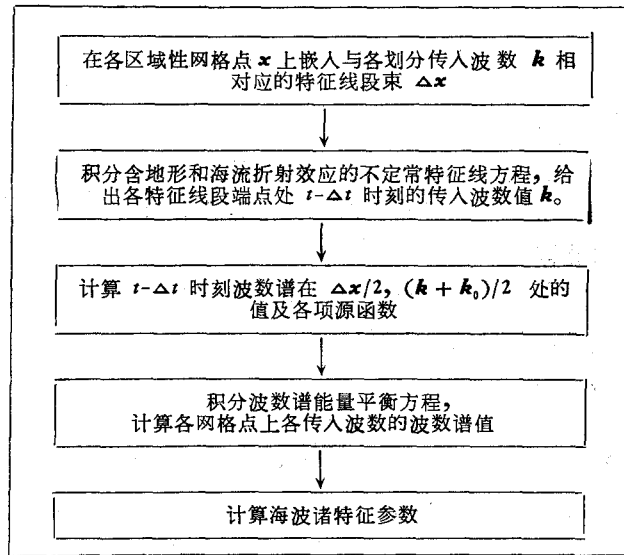


图 1 LAGFD-II 型海浪数值模式计算流程图

Fig. 1 The computational flow chart of LAGFD-II regional numerical wave model

* 山东省自然科学基金资助项目, 89E0666 号。本文 I 刊载于本刊 23 卷 4 期。
接受日期: 1991 年 10 月 11 日。

LAGFD-II 海浪数值模式的计算方案,可用流程图(图 1)表示。

1. 时间与空间网格的确定

大量试算结果表明,在 $(16 + 1) \times 12$ 波数划分情况下,只要时间步长 $\Delta t < 40 \text{min}$, 空间步长 $\Delta x < 1/2^\circ$ 都可以有较稳定的计算结果。具体计算时我们常取 $\Delta t = 30 \text{min}$, $\Delta x = 1/4^\circ$ 。波数离散化网络的计算波数范围取为 $\{0.004, 1.0\}$, 对于这样的波数范围,在一个计算时间步长内波能包沿特征线的最大可能传播距离为

$$\Delta S_{\max} = C_g \Delta t < \frac{(gK_{\min} \text{th} K_{\min} d)^{1/2}}{K_{\min}} \Delta t \quad (1.1)$$

对于水深不超过 60m 的海域(如渤海海区),在一个时间步长内特征线传播的距离不超过半个纬度;对深海来说,也不超过一个纬度。

2. 波数空间中的差分网格

波能包沿特征线传播时,不但其能量要变化,而波数和方向也受到地形及不定常海流折射效应的影响而变化。经过大量试算比较,为了既保证波数能谱计算有较高的分辨率,又尽量节省机时,在物理空间网格的每个格点上,波数空间中的波数划分和方向划分可取为 $(16 + 1) \times 12$ 。

由于波数谱在波数空间上的分布一般呈低频陡峭高频平坦,因此按下式作不等间距波数模划分。

$$K(\alpha) = K_{\min} \exp\{(\alpha - 1)\Delta K\}, \alpha = 1, \dots, n + 1 \quad (1.2)$$

式中, $\Delta K = \frac{1}{n} \ln \frac{K_{\max}}{K_{\min}}$, $n = 16$; K_{\max} 为最大划分波数值,取 $K_{\max} = 1.000$; K_{\min} 为最小划分波数值,取 $K_{\min} = 0.001$ 至 0.004 。由于谱分布是各方向均匀可能的,波向划分取 12 等分:

$$\theta_i(\beta) = (\beta - 1)\Delta\theta + \pi, \beta = 1, 2, \dots, m \quad (1.3)$$

式中, $\Delta\theta = \frac{2\pi}{m}$, $m = 12$ 。

在物理空间的每个网格点上,沿与波数空间中的划分波数相对应的 $(16 + 1) \times 12$ 条特征线,积分谱能量平衡方程,计算 t 时刻的传入波波数谱值。

3. 传入特征线束的计算

所谓特征线束,指的是这样一些特征线段的集合:在 $t - \Delta t$ 时波数为 k_0 的波能包从线段起点沿特征线传播,在时刻 t 正好传至空间网格点,其波数也正好变为划分波数 k 即:

$$[(K, \theta)_t | (K_0, \theta_0)_{t-\Delta t}] \quad (1.4)$$

根据文献 [1] 特征线方程 (2.1) 的差分形式,给出了传入特征线段的起点位置:

$$\begin{aligned} x_0 &= x - [C_g(\mathbf{x}, K(\alpha)) \cos \theta_1(\beta) + U_x] \Delta t \\ y_0 &= y - [C_g(\mathbf{x}, K(\alpha)) \sin \theta_1(\beta) + U_y] \Delta t \end{aligned} \quad (1.5)$$

式中, u_x, u_y 是背景流场的流速分量。

另一方面,起点上的波数 $\{K_0, \theta_0\}$ 可由如下差分格式得到:

$$K_0 = K(\alpha) + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial d} \frac{\Delta d}{\Delta t} + K(\alpha) L_1 \frac{\Delta \mathbf{U}}{\Delta t} \right) \Delta t \quad (1.6)$$

$$\theta_{i0} = \theta_i(\beta) + \frac{1}{K(\alpha)} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial d} \frac{\Delta d}{\Delta n} + K(\alpha) L_i \frac{\Delta U}{\Delta n} \right) \Delta t \quad (1.7)$$

由此得到了每个空间网格点 $\{x\}$ 上的与划分波数 $\{K, \theta_i\}$ 相对应的前一时刻波数 $\{K_0, \theta_{i0}\}$ 和波能包位置 $\{x_0\}$ 。

4. $E(K_0, \theta_{i0}, x_0, t - \Delta t)$ 的插值计算

为了求得能谱密度函数 $E_0(K_0, \theta_{i0}, x_0, t - \Delta t)$, 首先给出由 $\left[\frac{x_0}{\Delta x} \right] \Delta x$ 和 $\left(\left[\frac{x_0}{\Delta x} \right] + 1 \right) \Delta x$ 所定义的物理空间网格, 及由 $\left[\frac{k_0}{\Delta k} \right] \Delta k$ 和 $\left(\left[\frac{k_0}{\Delta k} \right] + 1 \right) \Delta k$ 所定义的波数空间网格。先将物理空间网格点上 $t - \Delta t$ 时刻的波数谱值在波数空间网格中插值到 k_0 点, 然后再在物理空间网格中将其插值到 x_0 上, 这样我们即得所要求的 $E\{k_0, x_0, t - \Delta t\}$ (图 2)。

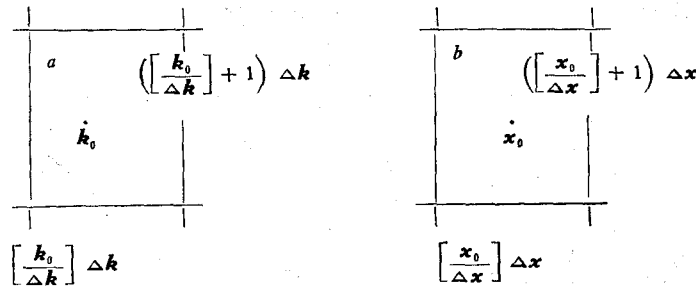


图 2 波数空间 (a) 和物理空间 (b) 网格示意图

Fig. 2 The grid diagrammatic sketch in wave number space and physical space

插值过程均采用四点双线性插值, 公式如下:

$$E(x, y) = \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^2 E(x_i, y_j) \phi_{ij}(x, y) \quad (1.8)$$

式中, 插值基函数为

$$\phi_{ij}(x, y) = \frac{\prod_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^2 (x - x_l) \prod_{\substack{t=1 \\ t \neq j}}^2 (y - y_t)}{\prod_{\substack{l=1 \\ l \neq i}}^2 (x_i - x_l) \prod_{\substack{t=1 \\ t \neq j}}^2 (y_j - y_t)}, \quad i, j = 1, 2 \quad (1.9)$$

二、源函数的计算

由插值得到的 $E(k_0, x_0, t - \Delta t)$, 计算各项源函数如下

1. 输入源函数 $S_{in}(k_{1/2}, x_{1/2}, t - \Delta t)$ 的计算

$$S_{in} = 1.25 \times 10^{-4} \frac{\sigma}{g^2 k_{1/2}^2} C_i^2 (L_1 W)^4 + 0.25 \times 10^{-3} \delta_1 K_{1/2} (L_1 W - \delta_2) H(L_1 W - \delta_2) E(k_{1/2}, x_{1/2}, t - \Delta t) \quad (2.1)$$

式中, $k_{1/2} = (k + k_0)/2, x_{1/2} = (x + x_0)/2$

2. 波-波非线性相互作用源函数 $S_{nl}(k_{1/2}, x_{1/2}, t - \Delta t)$ 的计算:

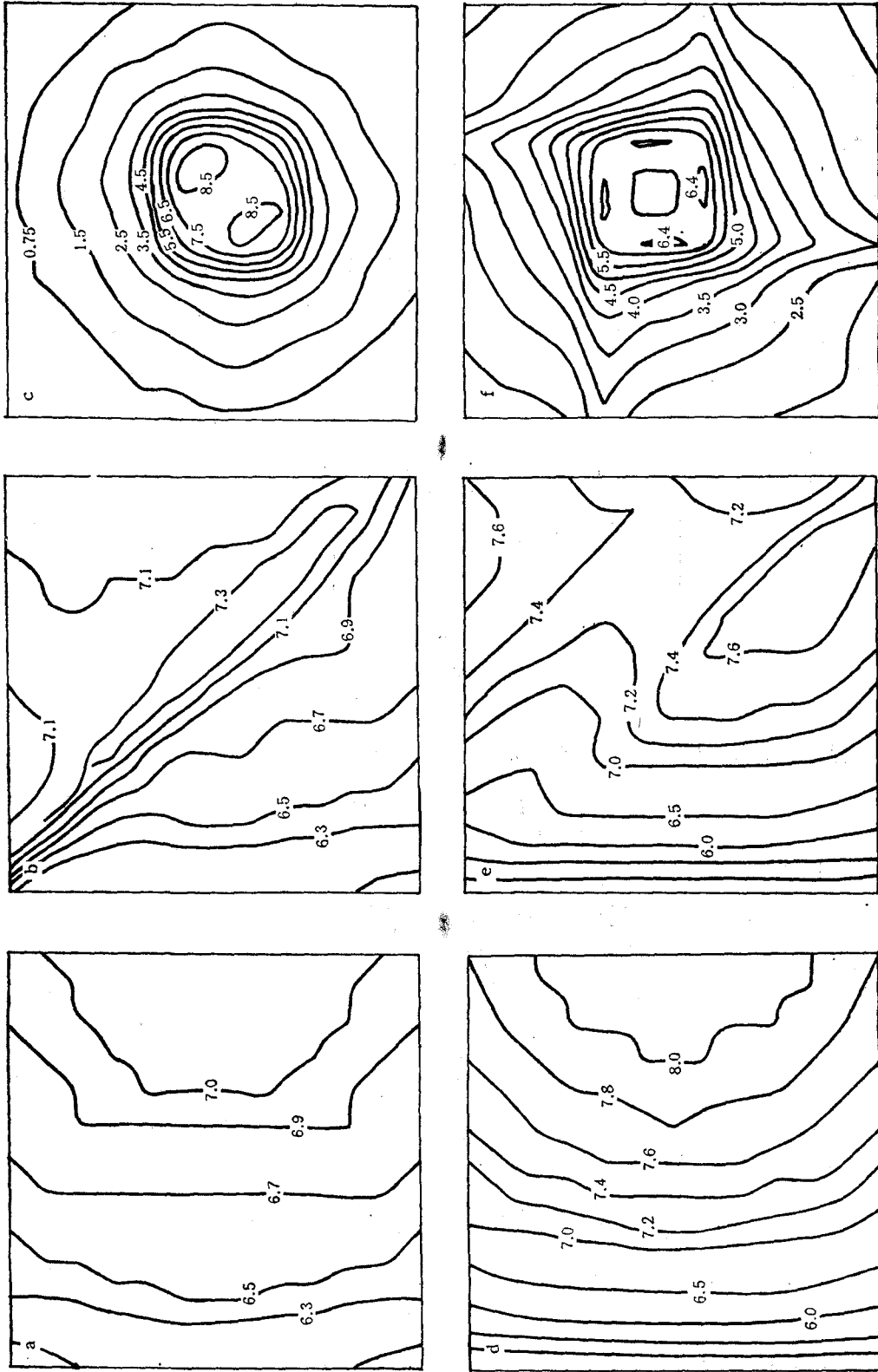


图3 LAGFD-II 和 WAM 模式在三种典型风场下计算的有效波高 (m) 比较¹⁾
 Fig. 3 Comparison of significant wave height between the LAGFD-II model and WAM model under three kinds of typical wind fields
 a. 平行风场 (LAGFD-II); b. 转向风场 (LAGFD-II); c. 旋转向风场 (LAGFD-II); d. 平行风场 (WAM); e. 转向风场 (WAM); f. 旋转向风场 (WAM)。

1) 国家海洋局第一海洋研究所, 1991, 渤海海区海浪数值计算研究和统计分析, 研究报告, 1-400。

为减少计算量仅考虑源函数 S_{nl} 的一种变形形式,即:

$$S_{nl} = -0.0046 \text{th} \left(\frac{\sigma - \sigma_m}{2\pi} \right) E(k_{1/2}, x_{1/2}, t - \Delta t) \quad (2.2)$$

式中 σ_m 为峰值频率。

3. 耗散源函数 $S_{ds}(k_{1/2}, x_{1/2}, t - \Delta t)$ 的计算

$$S_{ds} = -1.59 \bar{\sigma} \left(\frac{\bar{E} \bar{\sigma}}{g^2} \right)^2 \left(\frac{\sigma}{\bar{\sigma}} \right)^2 E(k_{1/2}, x_{1/2}, t - \Delta t) \quad (2.3)$$

4. 底摩擦源函数 $S_{bo}(k_{1/2}, x_{1/2}, t - \Delta t)$ 的计算

$$S_{bo} = C_b \frac{8K_{1/2}}{\text{sh}(2K_{1/2}d_{1/2})} \bar{\sigma} \bar{E}^{1/2} E(k_{1/2}, x_{1/2}, t - \Delta t) \quad (2.4)$$

式中, $C_b = 2.5 \times 10^{-3}$, $d_{1/2} = (d + d_0)/2$

5. 波一流相互作用源函数 $S_{cu}(k_{1/2}, x_{1/2}, t - \Delta t)$ 的计算

$$S_{cu} = \left\{ \left[\frac{C_g}{C} (1 + \cos^2 \theta_0) - \frac{1}{2} \right] \frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{C_g}{C} \sin \theta_0 \cos \theta_0 \left[\frac{\partial U_x}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial x} \right] + \left[\frac{C_g}{C} (2 - \cos \theta_0) - \frac{1}{2} \right] \frac{\partial U_y}{\partial y} \right\}_{1/2} E(k_{1/2}, x_{1/2}, t - \Delta t) \quad (2.5)$$

6. 波数谱平衡方程的积分

将以上所计算的总源函数代入波数谱能平衡方程(文献 [1] (1.8) 式), 可按下式积分得 t 时刻的波数谱为:

$$E(k, x, t) = E(k_0, x_0, t - \Delta t) + SS(k_{1/2}, x_{1/2}, t - \Delta t) \times \Delta t \quad (2.6)$$

式中, $SS(k_{1/2}, x_{1/2}, t - \Delta t) = S_{in}(\cdot) + S_{ds}(\cdot) + S_{bo}(\cdot) + S_{nl}(\cdot) + S_{cu}(\cdot)$ 为总源函数。

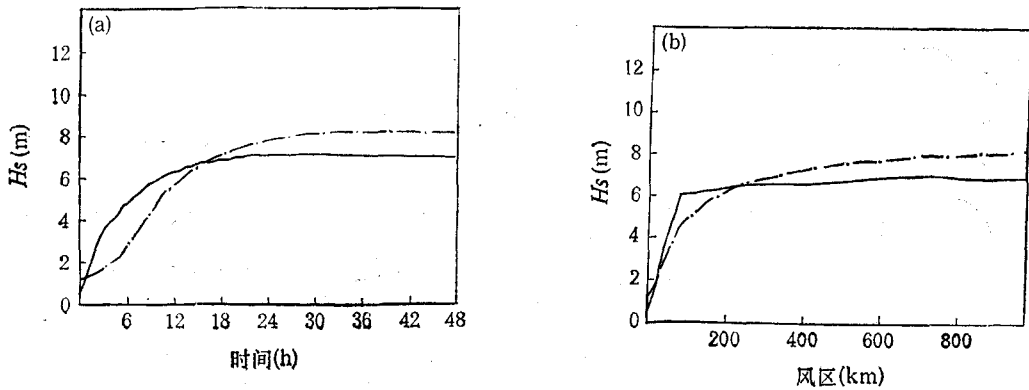


图 4 在 20m/s 风速的平行风场下 LAGFD-II 和 WAM 模式按风时 (a) 和风区 (b) 的成长曲线比较

Fig. 4 Duration and fetch growth curves of LAGFD-II and WAM model under 20m/s wind speeds
 ---LAGFD-II Model; ----WAM Model

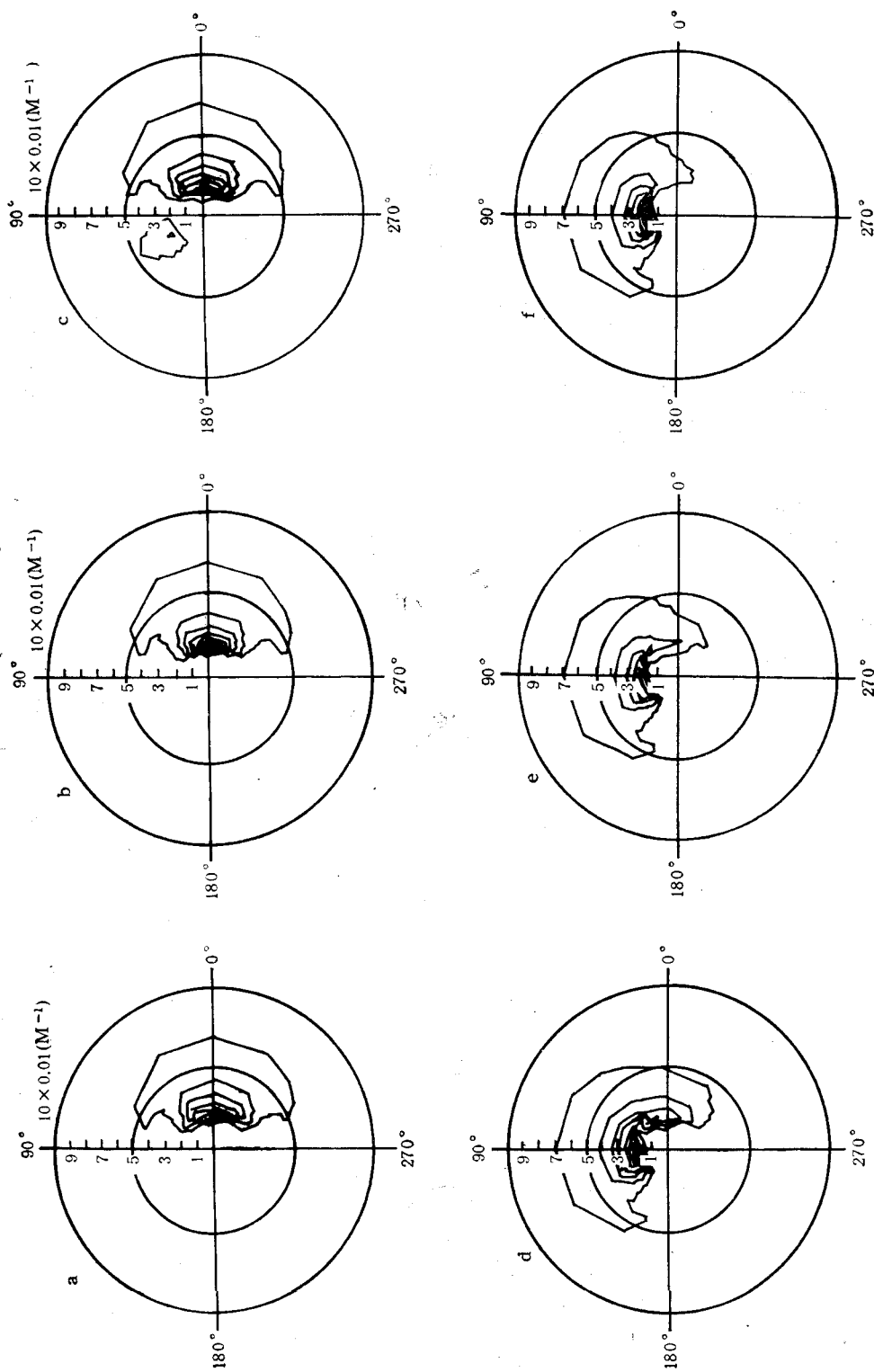


图 5 在转向风场中心风迹线上 A, B, C, D, E, F 各点的波数方向谱图(单位, M^{-1})

Fig. 5 Wave number spectra-directions at the points under (unit, M^{-1}) turning wind fields with 20m/s wind speeds

a. $E_{max} = 2527$; $dE = 404$; b. $E_{max} = 3283$; $dE = 530$; c. $E_{max} = 3283$; $dE = 530$; d. $E_{max} = 2527$; $dE = 404$; e. $E_{max} = 3283$; $dE = 530$; f. $E_{max} = 3283$; $dE = 530$.

再经过浅水处理后将破碎波谱按公式

$$E_i(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t) = \left(\frac{H_b}{H_i} \right)^2 E(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t) \quad (2.7)$$

修正,得到 LAGFD-II 海浪模式的波数能谱。

三、计算结果和比较

为了检验 LAGFD-II 模式的计算效果,作如下两种计算比较。

1. 典型风场下与 WAM 模式的计算比较

SWAMP 联合计划曾确定以平行风场,转向风场和旋转风场作为各种模式之间比较的标准风场。在我们的模式比较中取平行风场为 $W = 20\text{m/s}$;转向风场在西北-东南对角线以上转向为 $W = 20\text{m/s}$;旋转风场取为典型的台风模型风场,最大风速为 24m/s 。

比较计算在间距为 75km 的 13×13 方形空间网格上进行,波数空间中的离散网格数为 $(25 + 1) \times 12$,最大波数 $K_{\max} = 0.6984$,最小波数 $K_{\min} = 0.0071$ 。图 3 表示三种风场下分别按 LAGFD-II 模式和 WAM 模式计算的有效波高分布,它们的分布趋势是十分相似的。但 LAGFD-II 模式的计算结果对均匀风场相对偏低,而对旋转风场又偏大。

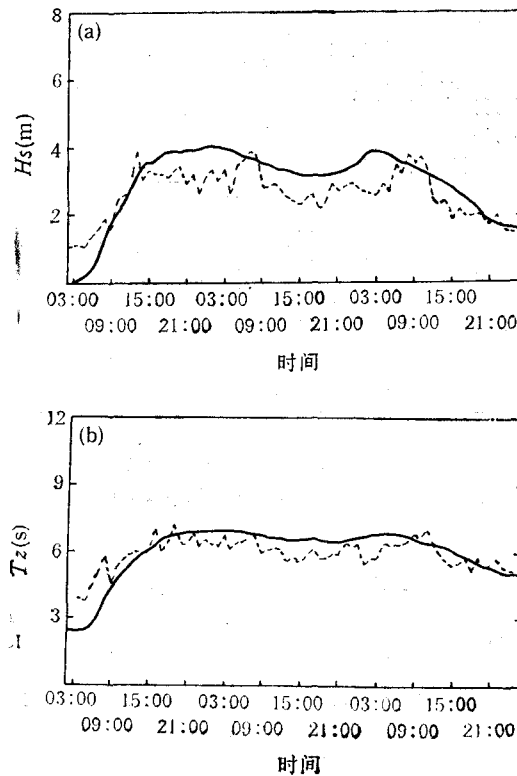


图 6 1987 年 10 月底强寒潮的有效波高(a)和平均跨零周期(b)过程曲线比较
Fig. 6 The time series of significant wave height and mean zero-crossing period
under cold waves (1987. 10)

(a) 10.29:02—11.01:02; (b) 10.29:02—11.01:02
——计算值; ---观测值。

从图 4 中可以看出 WAM 模式在开始成长时, 有明显小的成长率, 这是不合理的, 但 LAGFD-II 的初始成长率似又偏高。

从图 5 可以看出, B 点的谱图与 A 点相似并随风区增长而增强; 与转折点 C 相比, D 点在北方向上出现偏高频的能量增长; 在 E 点上原来东向的能谱值减小而偏北向能谱值增强并向低频移动; 到 F 点处形成标准的向北浪谱型。

2. 渤海寒潮浪的模拟结果和实测资料的比较

渤海是一个典型的中尺度准封闭海域, 风浪(特别是寒潮浪)具有明显的风区依赖关系。以 1987 年 10 月底的一个强寒潮(观测点位置为 $39^{\circ}54'N$, $120^{\circ}45'E$) 为例作了后报模拟结果并与实测资料进行了比较。图 6 分别给出的是有效波高和平均跨零周期过程曲线比较结果。它们的有效波高与平均周期的标准偏差不到 20%, 其最大波高及周期偏差分别为 2.6% 和 4.1%。说明 LAGFD-II 海浪模式有很好的模拟实际效果。为了较全面地了解整个渤海海区在该寒潮过程影响下的海浪后报结果, 图 7 表示计算有效波高(含波向)和平均周期的全场等值线分布, 可以看出模式的后报是相当合理的。

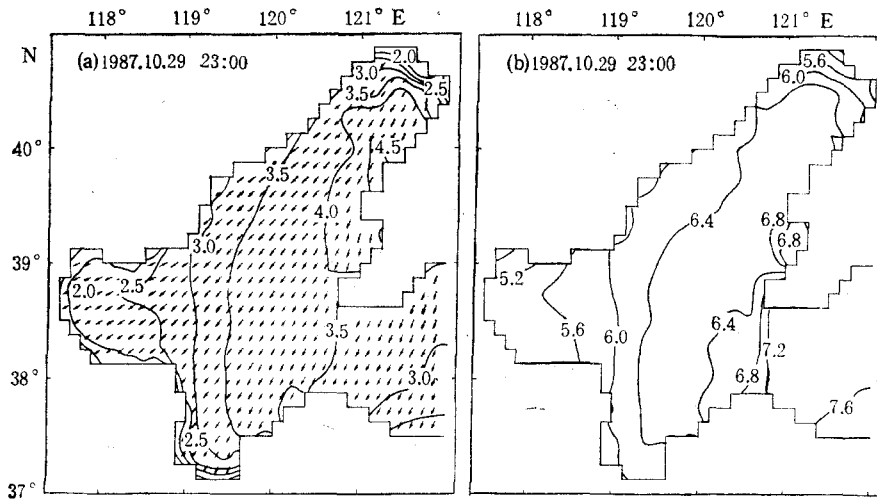


图 7 有效波高(含波向) (a) 和平均跨零周期 (b) 全场分布图

Fig. 7 The distribution of significant wave height with direction and mean zero-crossing period

参 考 文 献

- [1] 潘增第、孙乐涛、华锋等, 1992, LAGFD-II 区域性海浪数值模式及其应用 I. 海浪数值模式, 海洋与湖沼, 23(4): 343—349 页。
- [2] The WAMDIGROUP, 1988, The WAM model—a third generation ocean wave prediction model, *J. Phys. Oceanogr.*, 18:1775—1810.

LAGFD-II REGIONAL NUMERICAL WAVE MODEL AND ITS APPLICATION

II. CHARACTERISTICS INLAID COMPUTATIONAL SCHEME

Pan Zengdi, Sun Letao, Hua Feng and Yuan Yeli

(*First Institute of Oceanography, SOA, Qingdao 266003*)

ABSTRACT

A numerical computational scheme and characteristics inlaid grids are used in the LAGFD-II regional numerical wave model. Initial computational conditions and basic computational configuration are given in detail. Simulation results under three kinds of typical wind fields: the parallel, turing and rotating winds show that this model is a good improvement over the WAM model. The model-produced results are in good agreement with the observed data in Bohai Sea.

Key words Numerical wave model, Computational scheme, Numerical method.