

湖泊水库湖流模拟系统

王运洪 秘兆兰

(天津市水利局, 300074)

提要 在系统研究湖泊、水库各项水动力影响因素的基础上,建立了湖流模拟系统,其中包括水流叠加波浪后波流的作用、波浪剩余动量流、风作用剪应力、风吹流以及悬移质扩散分布等。数值模拟中还采用了几种处理技术,并对 ADI 法进行了双向双步扫描改进。在引滦入津输水工程中的于桥水库湖流计算预报的应用表明,计算结果与现场实测吻合良好,具有计算精度高、收敛快、稳定性好、通用性强等优点。

关键词 湖泊 水库 数学模型 湖流

湖泊、水库的水质污染,是当今许多国家关注的问题。我国是世界上湖泊、水库较多的国家之一,由于许多湖泊水库污染严重,致使水质难以达到使用功能的要求。要解决这些问题,湖流综合研究是其前提条件和关键步骤。

影响湖泊、水库的重要因素如下:(1)风作用的影响;(2)入湖、库河流的影响;(3)出湖、库水流的影响;(4)悬移质的影响。目前,国内外许多专家对湖流研究大多处于考虑单因素的作用,还没有同时考虑实际湖泊、水库风吹流、波浪、水流以及悬沙输移扩散等多种因素作用的综合模拟系统,因此远不能满足实际治理工程的需要。在以往研究的基础上,根据实际湖泊、水库的特征,开发了多因素作用的综合模拟系统,可以全面模拟上述多种因素的同时作用,并在实际湖泊、水库中进行了验证。

一、数学模拟系统

1. 基本方程

风、波和水流共同作用下的流场变化基本方程为:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial uh}{\partial x} + \frac{\partial vh}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\tau_{bx}}{\rho h} - \frac{\tau_{wx}}{\rho h} \\ + \frac{1}{\rho h} \left(\frac{\partial s_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial s_{xy}}{\partial y} \right) - fv = K_x \Delta u \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\tau_{by}}{\rho h} - \frac{\tau_{wy}}{\rho h} \\ + \frac{1}{\rho h} \left(\frac{\partial s_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial s_{yy}}{\partial y} \right) + u = K_y \Delta v \end{aligned} \quad (3)$$

式中, ζ 系综合因素作用下自由水面与静止水面间的竖向位移; u, v 分别为综合因素作用下 x, y 向的水流分流速; h 为水深, $h = d + \zeta$; d 为静水时的水深; ρ 为水密度; g 为重力加速度; f 为科氏力系数; K_x, K_y 分别为 x, y 向动量的扩散系数; Δ 为微分运算符, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$; τ_{wx}, τ_{wy} 分别为水面处风的剪切应力在 x, y 向的分量, $\tau_{wx} = c_f \rho_a |w - U|(w_x - u)$, $\tau_{wy} = c_f \rho_a |w - U|(w_y - v)$; c_f 为风对水表面的剪切系数; ρ_a 为空气密度; w 为风速, $w = \sqrt{w_x^2 + w_y^2}$; w_x, w_y 分别为风速在 x, y 向的分量; U 为水流速, $U = \sqrt{u^2 + v^2}$; τ_{bx}, τ_{by} 分别为综合因素作用下底摩擦应力在 x, y 向的分量; $S_{xx}, S_{xy}, S_{yx}, S_{yy}$ 为波浪剩余动量流。

2. 底摩擦

关于波浪水流共同作用下的底摩擦问题, 作者通过对波浪与紊动水流相互作用的研究, 得出波浪和水流共同作用的底部平均剪切应力 τ_{bx}, τ_{by} 分别为^[1]:

$$\tau_{bx} = \left\{ \rho g h \sin \theta + \rho g l a^2 \left[\frac{2}{c} (\bar{u} + c_g) - \frac{1}{2} \right] \right\} \sin \alpha \quad (4)$$

$$\tau_{by} = \left\{ \rho g h \sin \theta + \rho g l a^2 \left[\frac{2}{c} (\bar{u} + c_g) - \frac{1}{2} \right] \right\} \cos \alpha \quad (5)$$

式中, $\sin \theta$ 为湖底坡度; a 为波振幅; l 为波浪衰减模数^[2]; \bar{u} 为综合因素作用下沿水深的平均流速; α 为综合因素作用下水流与 y 轴的夹角。

3. 波浪剩余动量流

波浪剩余动量流最早由 Longuet-Higgins 提出^[3], 称“辐射应力”, 后又有人进一步研究, 证明这个物理量确实存在。该物理量是个张量, 根据已有研究, 在浅水地区的剩余动量流, 可由下式确定:

$$\begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{yx} & S_{yy} \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} n(1 + \cos^2 \psi) + \frac{1}{2} & \frac{n}{2} \sin 2\psi \\ \frac{n}{2} \sin 2\psi & n(1 + \sin^2 \psi) - \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

式中, $E = \frac{1}{2} \rho g a^2$; n 为波群速与波速之比; ψ 为波向与 x 轴之间的夹角。

若浅水区波速 c 用 $c = \sqrt{gh}$ 表示, 在基本方程中剩余动量流的偏微分可由下式表示:

$$\frac{\partial S_{xx}}{\partial x} = \frac{3}{4} \rho \gamma^2 g h \tan \varphi \left[\sin \beta - \frac{\sqrt{g}}{6} h^{1/2} \frac{\sin \phi}{c} \cos \beta \right] \quad (6)$$

$$\frac{\partial S_{xy}}{\partial y} = \frac{5}{16} \rho \gamma^2 (\sqrt{gh})^3 \frac{\sin \phi}{c} \tan \varphi \cos \beta \quad (7)$$

$$\frac{\partial S_{yx}}{\partial x} = \frac{5}{16} \rho \gamma^2 (\sqrt{gh})^3 \frac{\sin \phi}{c} \tan \varphi \sin \beta \quad (8)$$

$$\frac{\partial S_{yy}}{\partial y} = \frac{3}{4} \rho \gamma^2 g h \tan \varphi \left[\cos \beta - \frac{\sqrt{g}}{6} h^{1/2} \frac{\sin \phi}{c} \sin \beta \right] \quad (9)$$

式中, γ 为浅水系数; φ 为岸边剖面斜坡与岸法向线的夹角; β 为岸线与 x 轴的夹角。

4. 差分方程的移步 ADI 法求解

在各种差分方法中, ADI 法兼有隐式和显式的多种优点, 但该法的不足是, 流速、水位分别标在不同的网格节点上, 这样既浪费机时又占据大量计算机内存, 因而增加了计算上的不便和编制程序的繁琐, 况且, 现场原型观测时, 流速、水位均在同一测点上。为了克服 ADI 法这些缺欠, 同时保留其优点, 作者采用了移步 ADI 法, 即把流速、水位移在同一网格节点上。对上述 (1)–(3) 式的基本微分方程进行差分离散时, 采用的是时间向前差分, 空间中心差分, 所要计算的各要素均布置在一个节点上, 由此得出的差分方程, 经整理后得出下式:

$$A_i u_{i-1} + B_i \zeta_i + C_i u_{i+1} = D_i \quad (10)$$

$$E_i \zeta_{i-1} + F_i u_i + G_i \zeta_{i+1} = H_i \quad (11)$$

式中, $A_i, B_i, C_i, D_i, E_i, F_i, G_i, H_i$ 为已知系数。

(10)–(11) 方程组的系数矩阵是一个五条带矩阵, 主对角线元素为 0, 该矩阵代数方程组可分解为两个三对角系数矩阵方程组, 从而用追赶法求解。

移步 ADI 法将每一 Δt 时间步长分成前后两个相等的半步长。在

$$n\Delta t \rightarrow \left(n + \frac{1}{2}\right) \Delta t$$

的前半个时间步长内, 在 x 向又分两次扫描求出其未知值, 在

$$\left(n + \frac{1}{2}\right) \Delta t \rightarrow (n + 1)\Delta t$$

的后半个时间步长内, 在 y 向也分两次扫描进行求解。这样双向的两次扫描, 大大提高了稳定性和收敛性。

5. 河流进入湖泊、水库时泥沙的输移扩散

汛期期间, 上游河流挟带大量泥沙随暴雨径流进入湖泊、水库, 造成河口及湖库区淤积, 并且, 由于泥沙表面的吸附作用, 悬移质和推移质也会吸附一定的污染物带入湖泊水库, 因此入湖、库泥沙的输移扩散研究是湖流研究中必不可少的, 其基本方程为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(su) + \frac{\partial}{\partial y}(sv) + \frac{\partial}{\partial z}[(w_s - w_s)s] \\ = \frac{\partial}{\partial x}\left(D_x \frac{\partial s}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(D_y \frac{\partial s}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(D_z \frac{\partial s}{\partial z}\right) \end{aligned} \quad (12)$$

式中, w_s 为 z 向水流分速度; s 为悬沙的含沙浓度; w_s 为泥沙的沉降速度; D_x, D_y, D_z 分别为 x, y, z 向的扩散系数。

将 (12) 式沿水深积分, 并设水面处无泥沙交换, 即可得出二维情况下的悬沙输移扩散方程为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(sh) + \frac{\partial}{\partial x}(suh) + \frac{\partial}{\partial y}(svh) + F_s \\ = \frac{\partial}{\partial x}\left(D_x h \frac{\partial s}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(D_y h \frac{\partial s}{\partial y}\right) \end{aligned} \quad (13)$$

式中, F_s 为底部冲淤函数, 视泥沙性质及状态不同而有不同的计算公式, 与底部剪切应力 τ_b , 临界起动应力 τ_c 和临界不淤剪切应力 τ_d 有关^[2]。

(13) 式经差分离散后, 建立代数方程组求解。由于泥沙输移扩散方程中 u, v, h 均为已知值, 因此在求解此方程时有较好的收敛性和稳定性。

6. 几种新的处理技术

在资料数据处理及模型调试运算中, 采用了如下新技术。

(1) 地形平滑处理, 平滑公式为:

$$h_{i,j} = Ah_{i,j} + \frac{1-A}{4} (h_{i+1,j} + h_{i-1,j} + h_{i,j+1} + h_{i,j-1})$$

式中, A 为平滑系数, 其值为 0.5—0.98。

(2) 为提高其稳定性, 采用了数值滤波处理, 计算公式为:

$$\begin{bmatrix} \zeta \\ h \\ u \\ v \end{bmatrix}_{i,j} = \alpha_1 \begin{bmatrix} \zeta \\ h \\ u \\ v \end{bmatrix}_{i,i} + \frac{1-\alpha_1}{4} \begin{bmatrix} \zeta_{i+1,j} + \zeta_{i-1,j} + \zeta_{i,j+1} + \zeta_{i,j-1} \\ h_{i+1,j} + h_{i-1,j} + h_{i,j+1} + h_{i,j-1} \\ u_{i+1,j} + u_{i-1,j} + u_{i,j+1} + u_{i,j-1} \\ v_{i+1,j} + v_{i-1,j} + v_{i,j+1} + v_{i,j-1} \end{bmatrix}$$

式中, α_1 为滤波系数。

(3) 自动调整糙率, 其公式为:

$$n_k = n_{k-1} \left(1 - \frac{H_c - H_t}{H_c} \right)$$

式中, H_t 为计算水位; H_c 为实测水位。

(4) 水流漫滩处理。对于边坡很缓的湖库滩岸边, 考虑了边滩水流和动量交换, 采用活动边界, 用下式控制活动边界水流速,

$$u = \frac{d\zeta/dt}{\tan\theta_x} \quad v = \frac{d\zeta/dt}{\tan\theta_y}$$

式中, θ_x, θ_y 为 x, y 向之边坡角。

二、应用实例

所建立的湖泊水库水模拟系统, 曾在“七五”国家环保科技攻关研究中的“于桥水库湖流特性研究”中应用。于桥水库是引滦入津输水工程的重要调蓄水库, 其控制流域面积

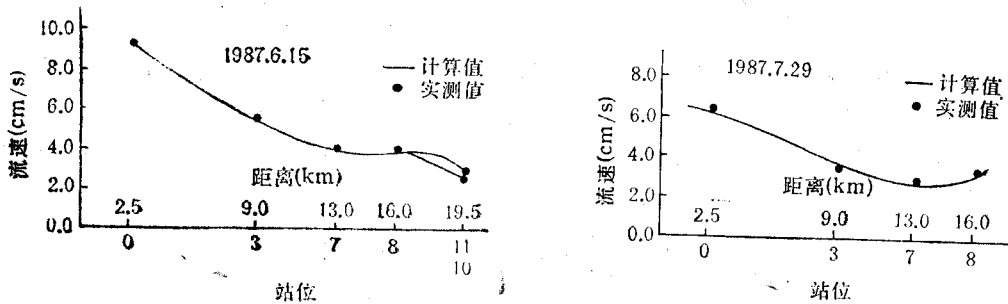


图 1 流速验证曲线
Fig. 1 Verification of current

2060km², 蓄水位 21.9m 时水库面积约 110km², 库容 4.2 亿立方米。水库库区东西向直线长约 23km, 南北最大宽约 8km, 平均水深 4m, 属宽浅型带状水库(适合采用二维模拟方法)。水库上游东北有淋河, 东南有黎河与沙河汇合后注入于桥水库。三条入库河流均为间歇性季节河流, 汛期期间暴雨产流较大, 洪水径流主要集中在汛期 7—9 三个月。采用连续四年(1987—1990 年) 现场原型观测与建立多因素作用湖流数值模拟相结合的方法, 对水库湖流特性进行了系统的定量研究。1987 年两组验证曲线如图 1。由图 1 可知, 计算值与现场实测值十分接近。

在各计算、调试、验证成功的基础上, 应用本模拟系统进一步计算预报了水库流域丰水年、正常年、枯水年在典型水文、气象条件下的流速场及泥沙扩散分布(图 2、图 3)。

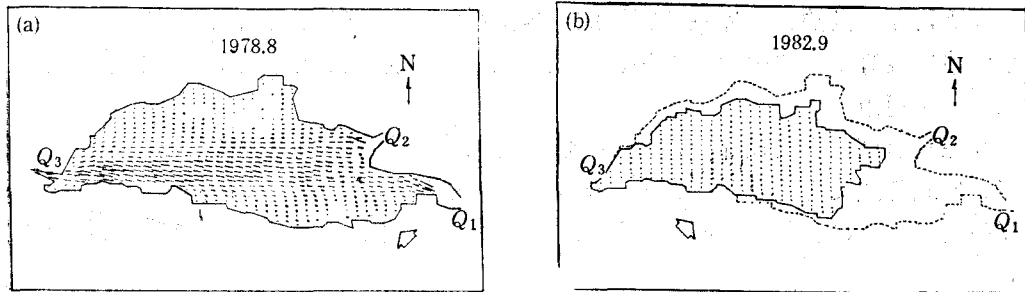


图 2 典型丰水年 (a) 和枯水年 (b) 计算流场图

Fig. 2 The computed flow field of typical flood year (a) and dry year (b)

(a) 流量: $Q_1 = 120.10\text{m}^3/\text{s}$; $Q_2 = 25.50\text{m}^3/\text{s}$; $Q_3 = 145.00\text{m}^3/\text{s}$ 。风向: SE; 风速: 1.60m/s 。
 (b) 流量: $Q_1 = 1.51\text{m}^3/\text{s}$; $Q_2 = 0.18\text{m}^3/\text{s}$; $Q_3 = 0.00\text{m}^3/\text{s}$ 。风向: SW; 风速: 1.40m/s 。

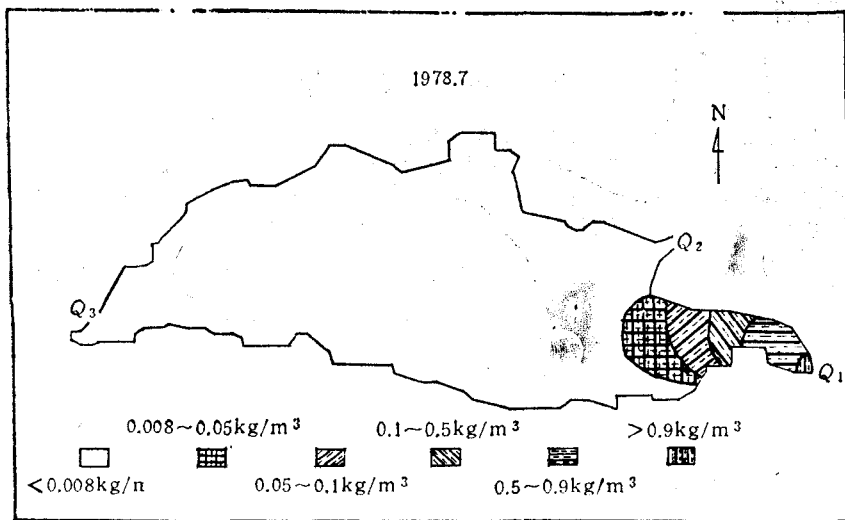


图 3 典型丰水年泥沙输移扩散分布图

Fig. 3 The distribution of sediment transport of typical flood year ($<0.008\text{kg/n}$ 应为 $<0.008\text{kg/m}^3$)

由获得的湖流流场可知:

1. 于桥水库在正常年及枯水年份,入库径流引起的库内流速很小,但在丰水年入库径流量大时,库内流场变化显著,平均流速约 0.5m/s,最大值可达 1.2m/s。

2. 从流速的空间分布特征看,强流速带一般集中在库中部及老河道区域,在库边滩及宽浅水区流速较小,因藻类和水生植物繁多,水体不易交换,容易发生富营养化,计算结果与现场观测非常一致。

3. 风对水库流场有一定的影响。经同样水文条件(无风及有季风作用流场)计算结果可看出,在风作用下,风吹流可引起湖流流场较大变化,风向与流向一致时,大大加速了流速变化。

三、结 语

1. 所建立的湖泊、水库湖流特性综合模拟系统,考虑了水流、风吹流、波流共同作用、泥沙输移扩散等多影响因素的作用,可以用来模拟各种实际上可能发生的复杂的自然条件和工程运用条件。

2. 在数值模拟系统设计中,采用了地形平滑、水流漫滩、数值滤波以及模型自动调整糙率、显式隐式交替的 ADI 法双向双步扫描改进等多项处理技术。湖流模拟系统具有计算精度高、收敛快、稳定性好、通用性强之优点,可适用于各类湖泊、水库湖流的模拟预报。

3. 将数值模拟系统应用于于桥水库湖流特性研究中,计算预报了三种典型水文年逐月有风、无风及不同风速、风向作用下的流速场,以及典型丰水年、正常年汛期入库悬移质扩散分布场等,并由计算机绘制出各种彩色流场图及泥沙扩散分布图。模拟计算与实际观测结果一致,表明模拟系统可适用于解决湖泊、水库的水质污染、富营养化及综合工程整治的计算与研究。

参 考 文 献

- [1] 王运洪,1983,波浪与水流共同作用下的底砂起动,海洋科学,3: 11-14。
- [2] 王运洪,1984,泥沙起动规律的研究,海洋学报,6(6): 874-880。
- [3] Longuet-Higgins, M. S. and Stewart, R. W. 1960, Changes in the form of short gravity waves on long waves and tidal currents, *J. Fluid Mechanics*, 8:565.

MATHEMATICAL MODELLING OF LAKE-RESERVOIR CURRENT

Wang Yunhong and Mi Zhaolan

(Tianjin Water Conservancy Bureau, 300074)

ABSTRACT

This mathematical model of lake-reservoir current is based on a thorough understanding of some main factors affecting lake current, and on literature related studies here and abroad, and can be used for detailed research on various hydrodynamics of the reservoir and the action of external loads including the combined action of current and wave, the bottom resistance, the residual momentum of wave flow, the shear stress of wind action, the influence of wind-driven current, the prediction of waves in the reservoir, the transportation and dispersion of sediments, etc.

In developing and testing the model, special consideration was given to the energy consumption and decay of the above-mentioned external loads, and to comparison calculations with, and verifications of, several different mathematical models, some unique techniques (including topographics smoothing, overbank flowing, numerical filtering auto-adjusting of roughness in the mathematical model, and modification of ADI method in sweep by two-direction and two-step scanning) were adopted in developing the calculation routines. As a result, this mathematical model has the advantages of high accuracy, quick convergence, good stability and universal adaptability. The routines can be developed and adjusted to form a standard routine for flow pattern calculation for lakes and reservoirs with different external loads and boundary conditions. Calculation results of the model agree well with observed results.

The study's overall results, together with its calculation hydrologic data for various years, and obtained data on daily wind speed/direction, inflow and outflow rates with or without input from the Luanhe River, transportation and dispersion patterns of suspended load, etc, provide a sound scientific basis for comprehensive conservancy measures for Yuqiao Reservoir.

Key words Lakes, Reservoir, Mathematical modelling, Lake current.