

日本琵琶湖的水动力三维数值模拟*

张利民 濮培民

(中科院南京地理与湖泊研究所, 南京 210008)

提要 在笛卡尔坐标下, 运用流体水动力学的方法, 并在前人观测资料的基础上建立了一个三维水动力数值模式, 并对日本琵琶湖风生流进行了数值模拟。结果表明, 在5m/s的东南风、西南风、东北风作用下, 湖的北端均有气旋式环流出现, 在5m/s西北风作用下, 湖的北端有反气旋式环流出现。在各种方向风速驱动下, 中、低层流场或形成与表层一致的环流型, 或呈现明显的垂直切变。

关键词 琵琶湖 水动力 模式

近些年来, 随着大型计算机的出现, 人们常采用数值模拟的方法来进行湖泊水动力学的研究工作, 吴坚等(1988)建立了一个三维水动力数值模式, 王谦谦(1987)建立了一个二维太湖风成流数学模型, Yukio Oonishi等(1975)建立了琵琶湖的二维模式。这些模式对了解湖体内部各要素的相互关系是非常有意义的。目前日本琵琶湖供给滋贺、京都、大阪和兵库等4个地区的1300万人口的生活用水, 水质恶化问题日趋严重。为了探讨湖中污染物的扩散、泥沙冲淤、水质变化, 本文建立了三维水动力模式, 并把它应用到日本琵琶湖上去, 且做了不同风向驱动下形成水体中环流的实验, 研究了水动力学过程形成的机制。

1 模式简介

1.1 控制方程组

设流体均匀不可压, 垂直方向上服从静水压分布。在笛卡尔直角坐标系中, 三维湖泊水动力学基本方程式为:¹⁾

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} - fv = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + A_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + A_h \nabla^2 u$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial vu}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} + \frac{\partial vw}{\partial z} + fu = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + A_v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + A_h \nabla^2 v$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$P = \rho g (\xi + Z)$$

* 国际合作课题。张利民, 男, 出生于1966年6月, 博士, 工程师。本文是在焦春萌先生工作基础上改进的, 特此志谢。

收稿日期: 1993年6月19日, 接受日期: 1993年8月13日。

1) 大西行雄, 昭和52年度文部省科学研究基金资助专题研究中间报告书II: 海洋环境保护的基础研究, 第15章, 234—271。

其中 x 轴向南为正, y 轴向东为正, z 轴向下为正; ρ 为湖水密度; u, v, w 分别为 x, y, z 方向上的流速; ξ 为距湖水平衡水位的位移; A_v 为铅直湍流粘性系数; A_h 为水平湍流粘性系数; f 为科氏参数 ($f=2\Omega\sin\Phi_0$, Ω 为地转角速度, Φ_0 为湖面的平均地理纬度); g 为重力加速度 (980cm/s^2)。

1.2 边界条件

湖水表层 ($Z=0$ 时):

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = - \left(W + u \frac{\partial \xi}{\partial x} + V \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) \Big|_{z=0} = - W_s$$

$$-\rho A_v \left(\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right) = (\tau_x, \tau_y) = r_a^2 \rho_a \sqrt{W_x^2 + W_y^2} (\overline{W_x}, \overline{W_y})$$

式中, τ_x, τ_y 为作用于湖面的风应力在 x, y 方向上的分量; $\overline{W_x}, \overline{W_y}$ 为风速在 x, y 方向上的分量; ρ_a 为空气密度 (1.3g/m^3); r_a^2 为风拖曳系数 (1.3×10^{-3})。

湖水底部 ($Z=H$ 时):

$$\rho A_b \left(\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right) = (\tau_x^b, \tau_y^b) = r_b^2 \rho \sqrt{u^2 + v^2} (u, v)$$

τ_x^b, τ_y^b 为底摩擦力在 x, y 方向上的分量; r_b^2 为湖底摩擦系数 (2.2×10^{-3})。

侧边界条件:

$u_n=0$, u_n 为 \vec{V} 在湖岸法矢量方向的分量。

1.3 初始条件

$\Phi_i=0$, 其中 Φ 为 U, V, W, ξ 。

1.4 数值求解方案

1.4.1 变量的配制 变量的水平分布如图1所示, U, V 定义在同一点上, ξ, W 定义

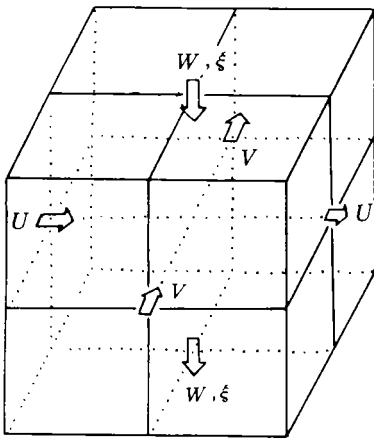


图1 变量在网格中的配制
Fig.1 The distribution of variables in the grids

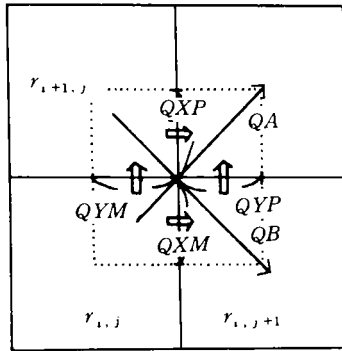


图2 用流量关系求平流项差分的示意图
Fig.2 Calculate the differential of advection according to flow flux

在半数格点上, 网格距 $\Delta x, \Delta y$ 均为 2.2km。除 ΔZ_1 外 $\Delta Z_2, \Delta Z_3$ 均是空间的函数, ΔZ_1 与 ξ 有关, ξ 是时间的函数, 因此 ΔZ_1 是时间的函数。

1.4.2 差分方案 多层模式采用的是半隐式有限差分方案, 由于 U, V 定义在同一点上, 所以差分方程中除了科氏力的符号外, 形式上应完全相同。因此仅讨论 U 的情况。

(1) 时位面采用“蛙跳”(Leap frog)格式

$$\begin{aligned} UT(n'', n, n') &= (U_{i,j,k}^{n''} - U_{i,j,k}^{n'}) / \{(n'' - n')\Delta t\} \times r_{i,j,k}^n \\ VT(n'', n, n') &= (V_{i,j,k}^{n''} - V_{i,j,k}^{n'}) / (n'' - n') \Delta t \} r_{i,j,k}^n \\ WLT(n'', n, n') &= (\xi_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n''} - \xi_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n'}) / \{(n'' - n')\Delta t\} \end{aligned}$$

其中, $n'' = n + 1; n' = n - 1, r_{i,j,k}$ 为以 $U_{i,j,k}$ 为中心的立方体体积。

(2) 科氏力项 $UF(n) = fV_{i,j,k}^n \times r_{i,j,k}^n$

(3) 水平粘性项

$$UDH(n, n') = A_h (\hat{U}_{i-1,j,k}^{n'} + \hat{U}_{i,j-1,k}^{n'} + \hat{U}_{i,j+1,k}^{n'} + \hat{U}_{i+1,j,k}^{n'} - 4\hat{U}_{i,j,k}^{n'}) \times r_{i,j,k}^n / \Delta S^2$$

其中, $\hat{U}_{i-1,j,k}^{n'} = U_{i+1,j,k}^{n'}$ (当 $r_{i-1,j,k} \neq 0$ 和 $r_{i+1,j,k} \neq 0$); $\hat{U}_{i+1,j,k}^{n'} = -U_{i-1,j,k}^{n'}$ (当 $r_{i-1,j,k} = 0$ 或 $r_{i+1,j,k} \neq 0$)。此时区域 $r_{i-1,j,k}$ 或 $r_{i+1,j,k}$ 与 $r_{i,j,k}$ 之间是湖岸线, 要满足

$$\frac{1}{2} (\hat{U}_{i-1,j,k}^{n'} + \hat{U}_{i,j,k}^{n'}) = 0, \Delta S \text{ 为相应的网格距 } \Delta x \text{ 或 } \Delta y.$$

(4) 垂直粘性项 $UDV(n, n') = (UDVF)_{i,j,k} - (UDVF)_{i,j,k+1}$

其中, $(UDVF)_{i,j,1} = \tau_x \Delta S^2 / \rho, (UDVF)_{i,j,2} = A_v \Delta S^2 (U_{i,j,1}^{n'} - U_{i,j,2}^{n'}) \times \frac{2\Delta S^2}{r_{i,j,1} - r_{i,j,2}}$
 $(UDVF)_{i,j,3} = A_v \Delta S^2 (U_{i,j,2}^{n'} - U_{i,j,3}^{n'}) \times \frac{2\Delta S^2}{r_{i,j,2} - r_{i,j,3}}, (UDVF)_{i,j,4} = \tau_x^b \Delta S^2 / \rho$

由于本文模型在垂直方向上将水体分为 3 层, 凡是下标 $k=4$ 则为底边界。

(5) 平流项的求取是根据流量关系来计算的 (图 2)¹⁾

$$\begin{aligned} UAH(n) &= \frac{1}{2} (U_{i-1,j,k}^n + U_{i,j,k}^n) \{ (QXM)_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^n + (QXP)_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^n \} \\ &\quad - \frac{1}{2} (U_{i+1,j,k}^n + U_{i,j,k}^n) \{ (QXM)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^n + (QXP)_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^n \} \\ &\quad + \frac{1}{2} (U_{i,j-1,k}^n + U_{i,j,k}^n) \{ (QYP)_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^n + (QYM)_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^n \} \\ &\quad - \frac{1}{2} (U_{i,j+1,k}^n + U_{i,j,k}^n) \{ (QYP)_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^n + (QYM)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^n \} \\ &\quad + \frac{1}{2} (U_{i-1,j-1,k}^n + U_{i,j,k}^n) (QA)_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^n \\ &\quad - \frac{1}{2} (U_{i+1,j+1,k}^n + U_{i,j,k}^n) (QA)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^n \\ &\quad + \frac{1}{2} (U_{i-1,j+1,k}^n + U_{i,j,k}^n) (QB)_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^n \\ &\quad - \frac{1}{2} (U_{i+1,j-1,k}^n + U_{i,j,k}^n) (QB)_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^n \end{aligned}$$

1) 大西行雄, 昭和 52 年度文部省科学研究基金资助专题研究中间报告 II: 海洋环境保护的基础研究, 第 15 章, 234—271。

其中, $Q_{XM}, Q_{XP}, Q_{YP}, Q_{YM}, Q_A, Q_B$ 为图 2 所示方向上的流量。

(6) 压力项

$$(UPR)(n'', n, n') = \left[\frac{1}{2\Delta S} (\varphi_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n + \varphi_{i-\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^n - \varphi_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n - \varphi_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}^n) \right] \times r_{i,j,k}^n$$

$$\varphi_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n = g(1-\theta)\xi_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n'} + g\theta\xi_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n''}$$

其中, $0.1 \leq \theta \leq 1$ 。

(7) 边界条件的处理 在 $\frac{\partial \xi}{\partial t} = -W_s$ 中, 由连续方程的差分形式得

$$W_s(n'', n, n') = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 (\hat{U}_{i,j,k} + \hat{U}_{i,j+1,k} - \hat{U}_{i+1,j,k} - \hat{U}_{i+1,j+1,k} + \hat{V}_{i,j,k} + \hat{V}_{i+1,j,k} - \hat{V}_{i,j+1,k} - \hat{V}_{i+1,j+1,k}) / E \left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, 1 \right)$$

其中 $\hat{U}_{i,j,k} = \{(1-\theta)U_{i,j,k}^{n'} + \theta U_{i,j,k}^{n''}\} r_{i,j,k}^n / \Delta S$; $\hat{V}_{i,j,k} = \{(1-\theta)V_{i,j,k}^{n'} + \theta V_{i,j,k}^{n''}\} r_{i,j,k}^n / \Delta S$; $E_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},1}$ 为以 W 为中心的网格区域的平面投影。

由于公式繁琐, 详细推导请参考大西行雄报告¹⁾。

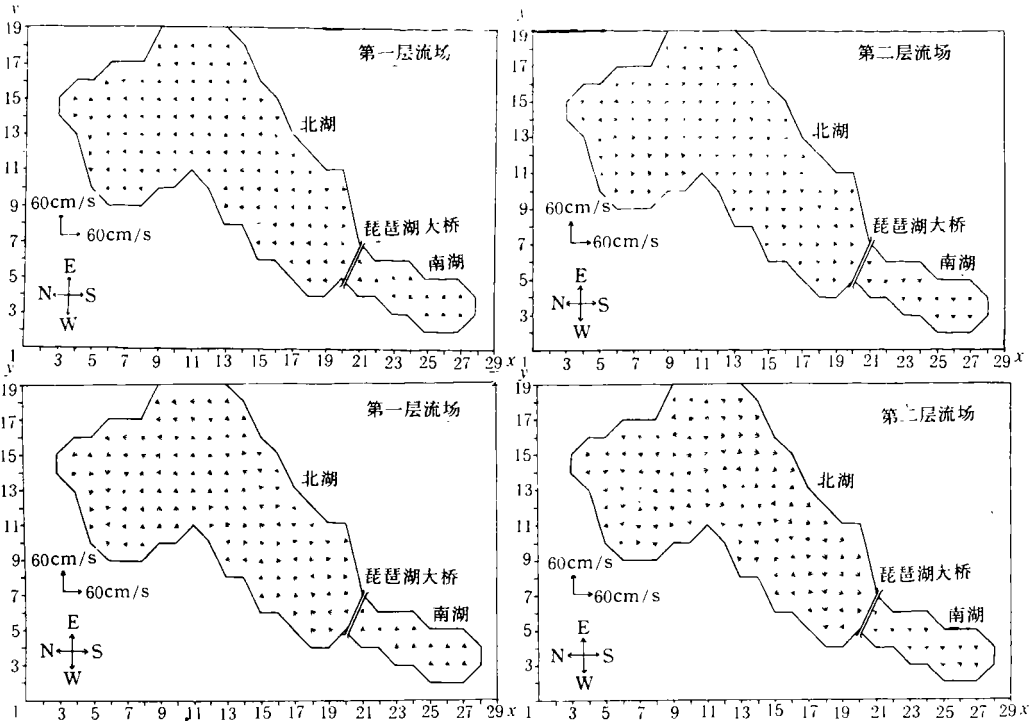


图 3 在 5m/s 东南风作用下积分 6h (a) 和 24h (b) 的流场

Fig.3 The current field under the action of 5m/s SE after integrated 6h and 24h

格点距均为 2.2km (图 4、图 5 与本图相同)。

1) 大西行雄, 昭和 52 年度文部省科学研究基金资助专题研究中间报告 II: 海洋环境保护的基础研究, 第 15 章, 234—271。

1.5 模式的几个外部参数

A_r 为 $4\text{cm}^2/\text{s}$; A_h 为 $3.5 \times 10^3\text{cm}^2/\text{s}$; DT 为 120min , f 为 $8.4 \times 10^{-5}\text{s}^{-1}$ 。

2 数值模拟结果分析

在垂直方向将水体分为三层, 当水深 $H < 1.0\text{m}$ 时, 全为陆地; $1\text{m} < H < 20\text{m}$ 时, 第一层为 $0.5H$, 第二层, 第三层均为 $0.25H$; 当 $H > 20\text{m}$ 时, 第一层为 10m , 第二层为 15m , 第三层为 5m 。

2.1 在 5m/s 东南风作用下的情形

模式积分 6h 后, 在第一层流场上以偏北、西北方向流速为主, 但在湖的北端有沿岸的向西的流速出现, 如图 3 所示, 这表明表层流场主要受风应力的控制。第二层、第三层(图略)以偏南的流速为主, 这说明垂直方向上有明显的切变。

模式积分 24h 后, 流场趋于稳定, 在第一层流场上, 湖的北部区域出现了气旋式环流, 这与 Okamoto (1968), Kunishi (1967) 等的观测结果基本一致, 根据他们长期的观测, 当湖面风速维持东南风时, 湖的北部区域将维持一稳定的气旋式环流。第二层、第三层(图略)流场中, 湖的北部出现气旋式环流, 其它大部分区域流向与第一层相反, 有明显的垂直切变。

2.2 在 5m/s 西南风作用下的情形

模式积分 24h 后, (如图 4) 第一层流场上, 北湖的北部、南部出现两个气旋式环流, 但位置比 2.1 所述稍偏南, 中部出现顺时针弯曲的流速, Yukio Oonishi 等 (1975) 指出

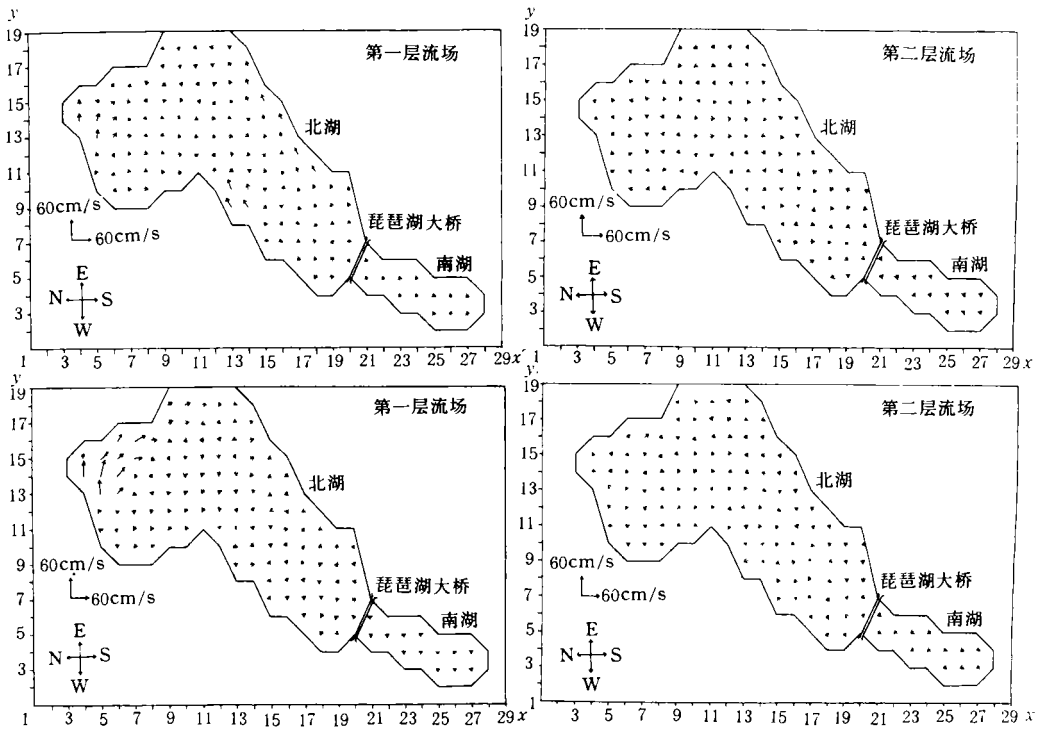


图 4 在 5m/s 西南风 (a) 和西北风 (b) 作用下积分 24h 的流场

Fig.4 The current field under the action of 5m/s SW (a) and NW (b) after integrated 24h

在湖面盛行 WSW 时, 北湖主要维持气旋式环流, 在北湖中部有顺时针的弯曲流速。Endoh 等 (1989) 通过观测发现, 夏季盛行偏南风时, 琵琶湖北湖北部维持一气旋式环流, 中部维持一顺时针环流。至于北湖南部的环流型是多年争论较多的问题, 大部分人认为是气旋式环流为主。第二层、第三层 (图略) 湖的北部也有气旋式环流出现, 但南湖流速明显异于第一层, 呈明显的垂直切变。

2.3 在5m/s的西北风作用下的情形

模式积分 24h 后, (如图 4) 第一层流场上湖的北端有反气旋式环流出现, 这与 Okamoto (1968), Yukio Oonishi (1975) 的结果一致, 第二层、第三层 (图略) 北湖北端也同样出现反气旋式环流, 南湖流场与第一层相比呈明显垂直切变。

2.4 在5m/s的东北风作用下的情形

模式积分 24h 后, 得到图 5, 在第一层上, 湖的北端是气旋式环流, 北湖中央及南端以反气旋式环流出现, 第二层、第三层 (图略) 流场在北湖环流基本一致, 但南湖流场与第一层相比仍呈明显的垂直切变。

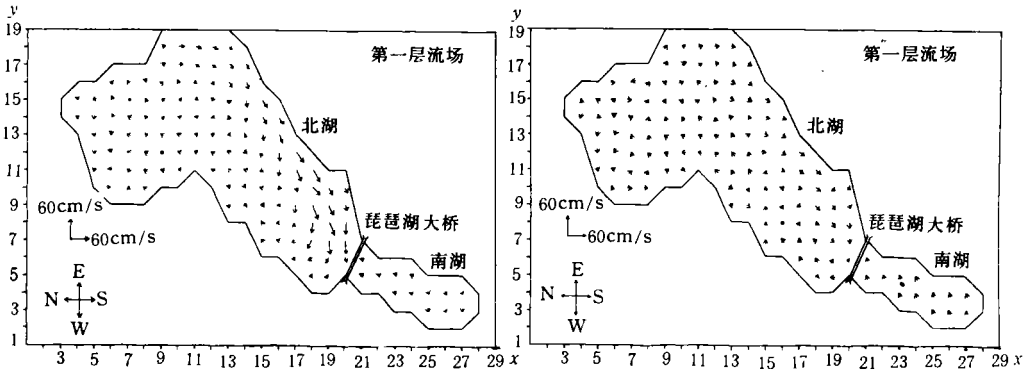


图 5 在5m/s 东北风作用下积分 24h 的流场

Fig.5 The current field under the action of 5m/s NE after integrated 24h

3 结语

通过几个不同风向驱动下形成水体中环流的实验, 得到如下初步结论。

3.1 风生流最初的几个小时里, 表层流场主要受风应力的影响, 中、低层流场表现出明显的垂直切变。

3.2 在5m/s 东南风作用下, 表层流场在湖的北部出现气旋式环流; 在 5m/s 西南风作用下, 表层流场在湖的北部出现两个气旋式环流; 在 5m/s 西北风作用下, 表层流场在湖的北端有反气旋式环流出现; 在 5m/s 东北风作用下, 表层流场北端是气旋式环流, 北湖中央及南端以反气旋式环流出现。这些结果大多与前人所做模式结果一致, 也和部分观测结果基本类似。

3.3 在各种方向风速驱动下, 稳定流场上, 深水区上下层流向切变较小, 形成一致的环流型, 在浅水区常呈明显的垂直切变。

参 考 文 献

- 王谦谦, 1987, 河海大学学报, 15 (2)增刊: 11 — 18.
- 吴坚、大西行雄、熊谷道夫, 1988, 海洋湖沼通报, 2: 16 — 24.
- Endoh, S., Okumura 1989, *JPN, J. Limnol.*, 46: 135 — 142.
- Kunishi, H., Okamoto, I. and SATO, H., 1967, *Annals, Disast. Prev. Res. Kyoto Univ.*, 108: 321 — 329.
- Okamoto, I., 1968, *Natural Sci.*, 18: 53 — 54.
- Yukio Oonishi and Norihisa Imasato, 1975, *Jour. Oceanol. Soc. Jap.*, 31: 53 — 60.

A MULTI-LEVEL MODEL OF HYDRODYNAMICS OF THE LAKE BIWA IN JAPAN

Zhang Limin, Pu Peimin

(*Nanjing Institute of Geography and Limnology, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210008*)

Abstract On the basis of former works, a three dimensional numerical model of the lake hydrodynamics was designed to simulate the wind-driven current in this study to address the pollutants diffusion, sediment transport, and recently worsening water quality of Lake Biwa, Japan. The study results show, the forcing action of uniform 5m/s SE, SW, NE winds cause an anticlockwise circulation in the north of the North Basin, but a clockwise circulation in the case of 5m/s NW wind. But the Gyres, currents opposite to those at the surface layer are formed at the middle and lower layers.

Key words Lake Biwa Hydrodynamics Numerical model