

太湖梅梁湾三维水动力学的研究*

I. 模型的建立及结果分析

朱永春 蔡启铭

(中国科学院南京地理与湖泊研究所 南京 210008)

提要 建立了一个太湖梅梁湾三维水动力学模型,模拟了梅梁湾的水平及垂流场分布。结果表明:(1)表面流场与风向一致,而底层流场与表面流场的方向完全相反,表现为很明显的补偿流;(2)水平流速基本上自表层向下递减,过渡层的流速比表层和底层小;(3)在风场的作用下可产生垂直环流系统,其中在东南风的作用下产生逆时针的垂直环流(由南向北看),而在西北风的作用下产生顺时针垂直环流;(4)垂直速度自岸边向湖中心递减,其量级远小于水平流速。

关键词 垂直环流 补偿流 风生流 跳点法

学科分类号 P 332

梅梁湾位于太湖最北部,北接无锡市,南北长 14km,东西宽约 8km。自 80 年代开始,由于湖泊北部的闾江口和梁溪河排入大量污染物,水质已日益恶化,1991 年夏天曾发生大量藻类堵塞自来水厂取水口的恶性事件。梅梁湾的水环境亟待治理,而湖流状况是研究梅梁湾生态环境的背景条件。因此,对太湖梅梁湾湖流特征的研究十分必要,它为进一步深入研究梅梁湾富营养化形成条件并采取相应的治理措施提供了理论依据。本文以梅梁湾为例,建立了合理、实用的太湖梅梁湾三维湖流数学模型,模拟出湖水在各种风况下的三维流动规律。

1 三维湖流数学模型的建立

1.1 基本方程组

由于太湖是一浅水湖泊,温度上下差异较小,可以忽略,假定流体均匀且不可压缩,即水密度为常数,并且垂直方向满足静力平衡。于是由质量守恒定律及完整的 N-S 方程出发,略去一些较小的项,可导出如下的三维浅水水动力学方程组:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = f_v - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_h \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_h \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_v \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -f_v - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_h \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_h \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_v \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (2)$$

*国家自然科学基金资助项目,39500027号;江苏省社会发展研究基金资助项目,BS95035号。朱永春,女,出生于1966年1月22日,博士, Fax:0086-025-7714759

收稿日期:1995-10-30,收修改稿日期:1996-07-19

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g = 0 \quad (4)$$

式中, u, v, w 分别表示 x, y, z 方向上的流速分量; p 为水压力, ρ 为水密度; g 为重力加速度; A_h ($=30.0\text{m}^2/\text{s}$) 为水平涡旋扩散系数; A_v ($=0.001\text{m}^2/\text{s}$) 为垂直涡旋扩散系数。

在三维方程组的基础上, 还可进一步简化。本模型在垂直方向共分 5 层, 每层平均厚度为 0.4m, 将方程 (3) 沿水深进行积分, 设整层水深 $H=\xi + h$, h 为平均水深, ξ 为湖面相对于平均水面的高度, 则:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \sum_{k=1}^5 \left[\frac{\partial}{\partial x} (H \cdot u_k) + \frac{\partial}{\partial y} (H \cdot v_k) \right] = 0 \quad (5)$$

其中, k 为层数; u_k, v_k 为各层的湖流速度。

将方程 (4) 代入方程 (1)、(2) 可得

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u \cdot u}{\partial x} + \frac{\partial u \cdot v}{\partial y} + \frac{\partial u \cdot w}{\partial z} = fv - g \frac{\partial \xi}{\partial x} + A_h \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + A_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (6)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v \cdot u}{\partial x} + \frac{\partial v \cdot v}{\partial y} + \frac{\partial v \cdot w}{\partial z} = -fu - g \frac{\partial \xi}{\partial y} + A_h \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + A_v \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (7)$$

$$\text{从方程 (3) 可以求出垂直速度: } w = - \int_0^z \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dz + w(0) \quad (8)$$

式中, w 为深度 z 处的垂直速度。

1.2 边界条件和初始条件

由于进、出入梅梁湖的河道流量都不大, 它对短期风生流的模拟影响不大, 因而本文不考虑所有进、出入太湖的河道水流。表面风应力与风速有关:

$$(\tau_{sx}, \tau_{sy}) = \rho_a C_D \sqrt{(U^2 + V^2)} (U, V) \quad (9)$$

式中, ρ_a ($= 1.225\text{kg} / \text{m}^3$) 为空气密度; U, V 为距湖面 10m 空中的风速; C_D ($= 0.002$) 为表面拖曳系数。因此, 相应的湖表面的边界条件为:

$$\rho A_v \left(\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right) = (\tau_{sx}, \tau_{sy}) \quad (10)$$

$$w(0) = \frac{\partial \xi}{\partial t} + u \frac{\partial \xi}{\partial x} + v \frac{\partial \xi}{\partial y} \quad (11)$$

湖底部的切变应力与湖流的速度有关

$$(\tau_{bx}, \tau_{by}) = \rho \gamma_b \sqrt{(u_b^2 + v_b^2)} (u_b, v_b) \quad (12)$$

式中, (u_b, v_b) 为底层的水平流速; γ_b ($= 0.0025$) 为底部的拖曳系数。因此, 相应的湖底部的边界条件为:

$$\rho A_v \left(\frac{\partial u}{\partial z}, \frac{\partial v}{\partial z} \right) = (\tau_{bx}, \tau_{by}) \quad (13)$$

$$w(h) = 0 \quad (14)$$

式中, $(\tau_{sx}, \tau_{sy}), (\tau_{bx}, \tau_{by})$ 分别为表面及底部的切应力在 x, y 方向上的分量。

初始条件, 一般取初始流速和水位变幅为零, 即

$$\xi|_{t=0} = 0 \quad u|_{t=0} = 0 \quad v|_{t=0} = 0 \quad w|_{t=0} = 0 \quad (15)$$

1.3 计算方法

由于模式方程组为扩散方程组, 因此, 采用了跳点法, 这是扩散方程常用的一种计算方法。

所谓跳点法, 当从 n 时步积分到 $n+1$ 时步时, 先在偶点 (即 $i+j+k+n+1 = \text{偶}$) 上用显式, 以方程 (6) 为例:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\tau} (u_{i,j,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^n) + A_1 (u_{i+1,j,k}^n \cdot u_{i+1,j,k}^n - u_{i-1,j,k}^n \cdot u_{i-1,j,k}^n) + A_1 (u_{i,j+1,k}^n v_{i,j+1,k}^n \\ & - u_{i,j-1,k}^n v_{i,j-1,k}^n) + A_2 (u_{i,j,k+1}^n \cdot w_{i,j,k+1}^n - u_{i,j,k-1}^n \cdot w_{i,j,k-1}^n) = f v_{i,j,k}^n - A_3 (\xi_{i+1,j,k}^n \\ & - \xi_{i-1,j,k}^n) + A_4 (u_{i+1,j,k}^n - 2u_{i,j,k}^n + u_{i-1,j,k}^n) + A_4 (u_{i,j+1,k}^n - 2u_{i,j,k}^n + u_{i,j-1,k}^n) \\ & + A_5 (u_{i,j,k+1}^n - 2u_{i,j,k}^n + u_{i,j,k-1}^n) \end{aligned} \quad (16)$$

$i+j+k+n+1 = \text{偶}$

由 (16) 式可计算出所有偶点上值, 然后在奇点上用全隐式

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\tau} (u_{i,j,k}^{n+1} - u_{i,j,k}^n) + A_1 (u_{i+1,j,k}^{n+1} \cdot u_{i+1,j,k}^{n+1} - u_{i-1,j,k}^{n+1} \cdot u_{i-1,j,k}^{n+1}) + A_1 (u_{i,j+1,k}^{n+1} \cdot v_{i,j+1,k}^{n+1} \\ & - u_{i,j-1,k}^{n+1} \cdot v_{i,j-1,k}^{n+1}) + A_2 (u_{i,j,k+1}^{n+1} \cdot w_{i,j,k+1}^{n+1} - u_{i,j,k-1}^{n+1} \cdot w_{i,j,k-1}^{n+1}) = f v_{i,j,k}^{n+1} - A_3 (\xi_{i+1,j,k}^{n+1} \\ & - \xi_{i-1,j,k}^{n+1}) + A_4 (u_{i+1,j,k}^{n+1} - 2u_{i,j,k}^{n+1} + u_{i-1,j,k}^{n+1}) + A_4 (u_{i,j+1,k}^{n+1} - 2u_{i,j,k}^{n+1} + u_{i,j-1,k}^{n+1}) \\ & + A_5 (u_{i,j,k+1}^{n+1} - 2u_{i,j,k}^{n+1} + u_{i,j,k-1}^{n+1}) \end{aligned} \quad (17)$$

$i+j+k+n+1 = \text{奇}$

由于 $u_{i,j,k}^{n+1}$ 的左右邻 $u_{i+1,j,k}^{n+1}, u_{i-1,j,k}^{n+1}, u_{i,j+1,k}^{n+1}, u_{i,j-1,k}^{n+1}, u_{i,j,k+1}^{n+1}, u_{i,j,k-1}^{n+1}$ 均为偶点, 已由式 (16) 算出, 因此可计算得 $u_{i,j,k}^{n+1}$ 。如此偶点、奇点交替计算便可由 $u_{i,j,k}^n$ 计算出 $u_{i,j,k}^{n+1}$ 。

2 结果分析

三维太湖梅梁湾水动力模型, 根据梅梁湾的实际形态和面积, 划分网格为 20×40 , 垂直方向分 5 层, 积分步长取 30s, 积分 30h 后形成稳定的流场。

一般在夏季, 太湖地区的盛行风向为东南风, 本文计算在 14m/s 东南风的持续作用下, 各层流场的分布情况。从图 1 可以看出, 靠近表面的第一层和第二层的湖流方向基本上与盛行风向一致, 自东南向西北流去。第三层为过渡层, 湖流的方向发生了变化。然而到了第四层和第五层, 其流向与第一、二层完全相反, 湖流自西北向东南流去, 形成明显的补偿流。流速的大小自表层向下递减, 过渡层的流速比表层和底层小。梁瑞驹等 (1994)、石磊等 (1995) 曾模拟过不同湖泊的三维流场, 也同样得到表层流场与风向一致, 底层流场与表层相反, 表现为补偿流的结论, 从而验证了上述结论的合理性。

平均流表明了深度平均意义上的总体输送, 与分层流场之间存在着差别。从图 2 可以看出, 在湖湾的北部为一个较强的反时针环流, 约占湖湾面积的 $\frac{1}{2}$, 而湖湾南部出现了顺

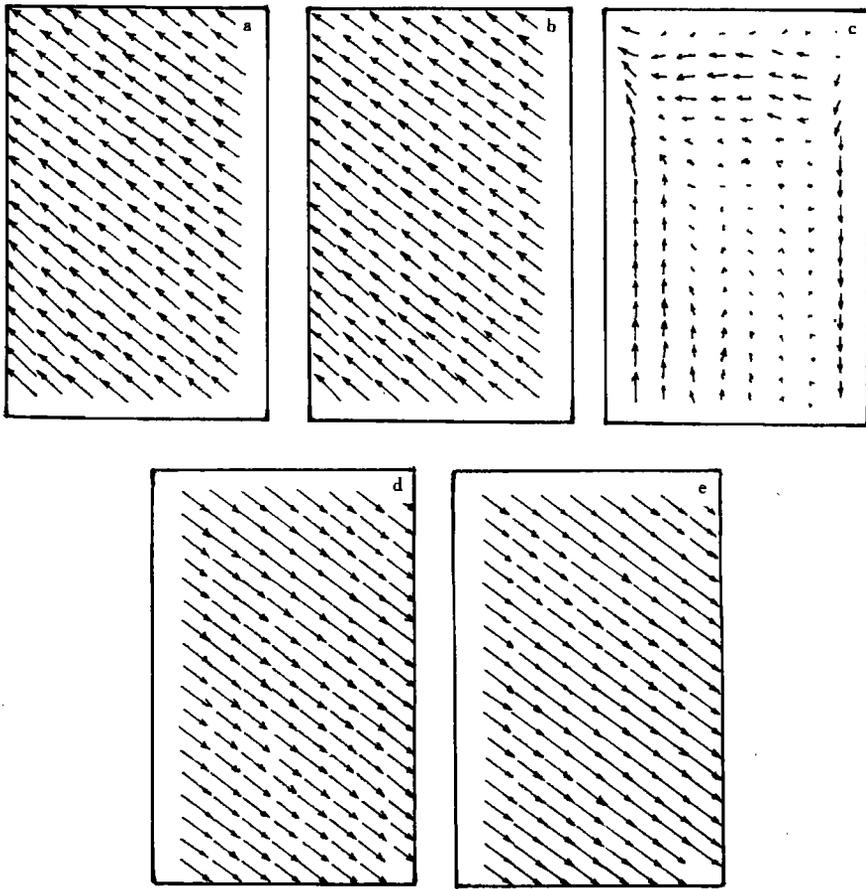


图 1 在 14m/s 东南风的持续作用下形成的流场

Fig.1 Flow field in response to southeasterly winds with a speed of 14m/s

a. 第一层, 网格单位: 17.7cm/s; b. 第二层, 网格单位: 7.88cm/s; c. 第三层, 网格单位: 1.7cm/s;
d. 第四层, 网格单位: 3.26cm/s; e. 第五层, 网格单位: 3.11cm/s

时针的倾向,同时还包含了一个小的反时针环流。这是由不同的上下流场平均所产生的结果。该结果与刘启峻(1993)¹⁾相一致。

在模拟了水平流场的基础上,将进一步模拟梅梁湾湖水的垂直运动状况。在东南风的持续作用下,风将水从东南带到西北,从而引起东南部减水、西北部增水。根据质量守恒定律,势必在东南部产生上升运动、在西北部产生下沉运动。加之上层湖流由东南流向西北,下层湖流由西北流向东南,因而形成一个东南—西北走向的逆时针垂直环流。从图 3 上可以看出,由南向北看时,在东南风的作用下,形成了一个逆时针垂直环流,而在西北风的作用下产生了一个顺时针垂直环流。垂直速度在岸边比较大,由岸边向湖中心递减,与水平湖流自上而下递减不同。由于太湖是一个浅水湖泊,故垂直运动的量级远小于水

1) 刘启峻,1993. 研究生论文

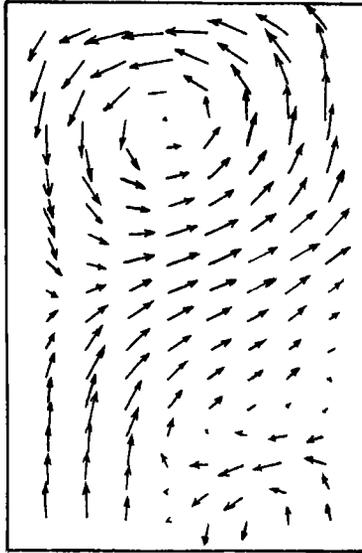


图 2 在 14m/s 东南风的持续作用下,整层平均流场图(网格单位:9.22cm/s)

Fig.2 Patterns of depth-mean current velocity in response to southeasterly winds with a speed of 14 m/s

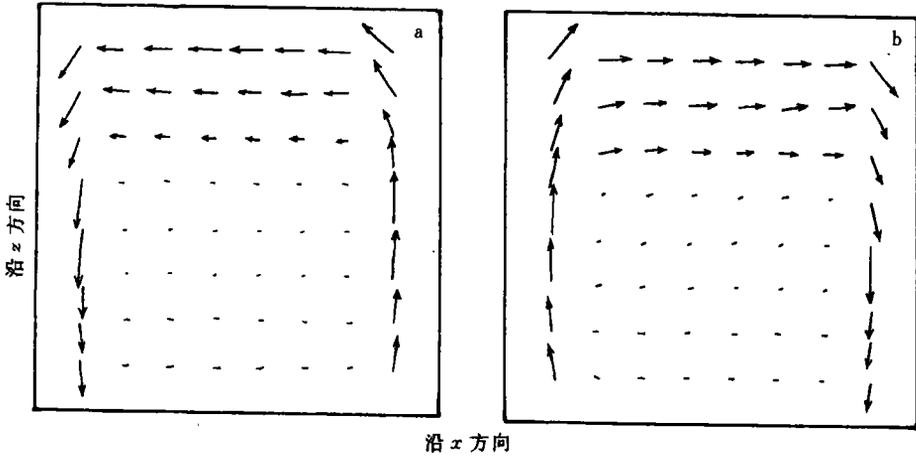


图 3 在 14m/s 风场作用下产生的垂直环流(取 $j=10$ 的断面,垂直尺度放大 1 000 倍)
(网格单位: 27.2cm/s)

Fig.3 Vertical circulation patterns relating to the wind field (at the section of $j=10$,
vertical scale is enlarged 1 000 times)

a. 东南风; b. 西北风

平运动的量级,约为 10^{-2} — 10^{-4} cm / s。从上述结果来看,模型能很好地体现风生流的特性和流场的垂直结构。同时垂直环流的形成对营养盐及兰藻的分布和迁移将起到一定的作用。

3 小结

本文建立了一个有关太湖梅梁湾的三维水动力学模型,采用了扩散方程常用的跳点

法进行计算,具有稳定、简便的特点。较好地模拟了梅梁湾的水平及垂直流场特征,得到以下几点结论。

3.1 表层流速较大,流向与风向一致;中间层为过渡层,风向发生变化;底层的流向与表层完全相反,表现为很明显的补偿流特征。

3.2 对比整层平均流场与三维分层流场,发现整层平均流场出现了非常明显的环流系统;而分层流场的表层和底层均无明显的环流系统,流场比较均匀一致,仅在过渡层附近有可能出现环流系统。但是如果将三维流场沿深度平均的话,可出现与二维流场相一致的环流。

参 考 文 献

石磊 奚盘根,1995.三维浅海流体动力学方程的分布杂交解法.青岛海洋大学学报,25(2):162—172

梁瑞驹 仲金华,1994.太湖风生流的三维数值模拟.湖泊科学,6(4):289—297

STUDIES ON A THREE-DIMENSIONAL HYDRO-DYNAMIC MODEL FOR MEILIANG BAY,TAIHU LAKE I.MODEL DESCRIPTION AND RESULT INTERPRETATION

ZHU Yong-chun, CAI Qi-ming

(Nanjing Institute of Geography and Limnology, The Chinese Academy of Sciences, Nanjing, 210008)

Abstract In a three-dimensional model of wind-driven currents in Meiliang Bay of Taihu Lake developed in this study, the water mass is divided into five layers vertically and the leap-frog method is used. The model is used to simulate the horizontal and vertical currents in Meiliang Bay. The currents are computed from the following equations:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = f v - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_h \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_h \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_v \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -f u - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(A_h \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A_h \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_v \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g = 0 \quad (4)$$

Where u, v, w are currents for x, y, z directions, respectively, p is water pressure, ρ is water density, g is acceleration of gravity, A_h, A_v are horizontal and vertical diffusion coefficients.

After a constant southeast erly wind blows for 30 hours, the surface layer flow field accords with the wind direction, but the near lake bottom flow opposes that of the surface flow and shows

characteristics of compensation flow. In addition, there exist vertical currents in the lake under the lasting action of wind. Looking from south toward north, a counterclockwise circulation is formed in the vertical profile in response to southeast erly wind and a clockwise circulation is formed in association with northwesterly winds. The results also show that the absolute horizontal flow velocity decreases from the surface to the bottom, whilst the absolute vertical flow velocity decreases from the shore line to the center of the lake.

Key words Vertical current Compensation flow Wind-driven current Leap-frog method

Subject classification number P 332