

有效波高的非线性统计及在南海卫星高度计中的应用*

侯一筠 卢筠 李明悝 何宜军 尹宝树 苏京志 程明华

(中国科学院海洋研究所 青岛 266071)

(天津工业大学 天津 300191)

提要 在已获得的海浪非线性波面概率模式的基础上通过 Ochi 关系, 导出了一种有效波高的非线性统计分布。分析表明, 本研究结果既推广了有效波高的双参数对数-正态分布, 又能够以波陡作为有效波高的非线性控制参量来体现概率分布形式的变化。此研究应用于南海卫星高度计的资料分析, 获得了理论与现场数据较为吻合的结果。

关键词 有效波高, 概率分布, 卫星高度计

中图分类号 P731

在波浪的统计研究中, 波浪要素的概率分布是关键问题(文圣常, 1984), 而由海浪过程高度简化所提出的传统的线性海浪理论, 与客观实际有一定的偏差(Kinsman, 1965)。由高度计或其他传感器所获取的波高资料是海况的真实反映, 它必然受物理定律的制约。侯一筠等(2000)曾把波浪动力学研究中的一些有益结果应用到波浪的统计模式中, 提出了波面的非线性概率分布形式。在此基础上, 本研究参照有效波高的对数-正态分布(Ochi, 1985), 导出一种有效波高的分布函数形式, 并与南海卫星高度计有效波高资料进行比较, 从而说明此分布的适用性。特别是由波场物理量(波高、波陡等)作为分布控制参数, 为利用高度计资料进行波浪分析提出了一种新技术和新方法。

1 非线性海浪的有效波高分布

对线性海浪过程波面所服从的高斯分布通过变换 $\zeta = \frac{\ln H}{\beta}$, 可得到有效波高服从的对数-正态分布(Ochi, 1985); 而对非线性过程的波面分布(侯一筠等, 2000):

$$f(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left| 1 - \delta\zeta \right| e^{-\delta\zeta} e^{-\frac{1}{2}\zeta^2 \exp(-2\delta\zeta)} \quad (1)$$

由此变换可导出:

$$f(H) = \frac{1}{\sqrt{2\pi H\beta}} \left| 1 - \frac{\delta}{\beta} \ln H \right| e^{-\frac{\delta}{\beta} \ln H} e^{-\frac{1}{2\beta^2} \ln^2 H \exp\left(-\frac{2\delta}{\beta} \ln H\right)} \quad (2)$$

* 国家自然科学基金资助项目, 49876007 号; 高等学校重点实验室访问基金; 国家 863 资助项目, 818-06-01 号。
侯一筠, 男, 出生于 1956 年 11 月, 博士生导师, 研究员, 青岛海洋大学物理海洋教学部重点实验室访问学者, E-mail: yjhou@ms.qdio.ac.cn

式中, ζ 为无因次波面; H 为无因次有效波高; δ 为波陡(侯一筠等, 2000); β 为形状参数。

(2) 式中的 H 是利用某个特征波高 H_0 对有因次的有效波高 H^* 经无因次化得到的无因次有效波高, 即

$$H = \frac{H^*}{H_0} \quad (3)$$

为了便于与卫星高度计资料直方图及累积率点值进行比较, 引入利用平均有效波高 \bar{H} 对 H^* 无因次化得到的无因次有效波高 H , 即

$$H = \frac{H^*}{\bar{H}} \quad (4)$$

则由(2) —(4) 式可导出 H 的分布函数:

$$f(H) = \frac{1}{\sqrt{2\pi H\beta}} \left| 1 - \frac{\delta}{\beta} \ln \frac{H\bar{H}}{H_0} \right| e^{-\frac{\delta}{\beta} \ln \frac{H\bar{H}}{H_0}} e^{-\frac{1}{2\beta^2} \ln^2 \frac{H\bar{H}}{H_0} \exp\left(-\frac{2\delta}{\beta} \ln \frac{H\bar{H}}{H_0}\right)} \quad (5)$$

仍记 H 为 H , 并令 $\alpha = H_0/\bar{H}$, 就得到以平均有效波高 \bar{H} 无因次化的有效波高的分布函数:

$$f(H) = \frac{1}{\sqrt{2\pi H\beta}} \left| 1 - \frac{\delta}{\beta} \ln \frac{H}{\alpha} \right| e^{-\frac{\delta}{\beta} \ln \frac{H}{\alpha}} e^{-\frac{1}{2\beta^2} \ln^2 \frac{H}{\alpha} \exp\left(-\frac{2\delta}{\beta} \ln \frac{H}{\alpha}\right)} \quad (6)$$

由(6) 式, 可以建立 δ 、 α 、 β 与外观统计量之间的关系。首先有

$$\bar{H} = \int_0^{\infty} Hf(H) dH \quad (7)$$

$$\bar{H}^2 = \int_0^{\infty} H^2 f(H) dH \quad (8)$$

$$\bar{H}^3 = \int_0^{\infty} H^3 f(H) dH \quad (9)$$

其次, 定义有效波高分布的离差系数 C_V 及偏差系数 C_S

$$C_V = \frac{\mu_2^{1/2}}{\bar{H}} = \frac{1}{\bar{H}} \left[\int_0^{\infty} (H - \bar{H})^2 f(H) dH \right]^{1/2} \quad (10)$$

$$C_S = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}} = \frac{\int_0^{\infty} (H - \bar{H})^3 f(H) dH}{\left[\int_0^{\infty} (H - \bar{H})^2 f(H) dH \right]^{3/2}} \quad (11)$$

(10) —(11) 物理意义为: C_V 是对分布密度函数关于平均有效波高分散与集中程度的刻画; C_S 则描述了最可几有效波高与平均有效波高的偏离程度。

图(6) —(11) 式可以看出, \bar{H} 、 C_V 、 C_S 均为 δ 、 α 、 β 的函数, 可以记为

$$\bar{H} = g_1(\delta, \alpha, \beta) \quad (12)$$

$$C_V = g_2(\delta, \alpha, \beta) \quad (13)$$

$$C_S = g_3(\delta, \alpha, \beta) \quad (14)$$

由(12) —(14) 式建立了 δ 、 α 、 β 与 \bar{H} 、 C_V 、 C_S 的关系。由于 g_i ($i = 1, 2, 3$) 形式的复杂,

目前作者只能利用数值求解的方法来确定参数 δ 、 α 、 β 。

2 与对数-正态分布的比较

对数-正态概率密度函数是用于表达有效波高统计特征的一种分布,其形式如下(Ochi, 1985):

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\alpha x} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}}, 0 \leq x < \infty \quad (15)$$

式中, μ 和 σ 为根据实测资料所得的参数。(15)式由于没有考虑海浪的非线性影响,在应用上受到一定限制,(6)式通过 δ 体现了海浪的非线性效应,而当 $\delta=0$ (即略去非线性效应)时,则退化为(15)式,这就说明了本文导出分布的合理性。

图1绘出了当 δ 逐渐增大(即非线性增强)时,概率分布曲线的变化趋势(δ 取0时即为正态分布)。

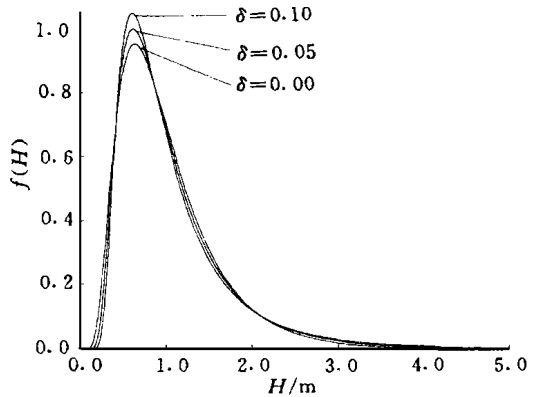


图1 概率分布曲线随波陡 δ 的变化

Fig. 1 Changes of distribution with the wave steepness δ

3 在南海卫星高度计有效波高资料分析中的应用

本文所采用的是1993年1月—1996年1月,北纬($17.43^\circ \pm 0.5^\circ$)、东经($112.07^\circ \pm 0.5^\circ$)范围内和1992年10月—1998年2月,北纬($17.73^\circ \pm 0.2^\circ$)、东经($117.75^\circ \pm 0.2^\circ$)范围内南海TOPEX高度计有效波高资料,资料样本数分别为318和342(表1)。

表1 两组南海卫星高度计有效波高资料

Tab. 1 Two groups of Altimeter data of the significant wave height in the South China Sea

组别	有效波高 (m)	观测资料 (个数)	有效波高 (m)	观测资料 (个数)	有效波高 (m)	观测资料 (个数)
资料 I (N= 318)	0.3	1	1.7	29	3.5	5
	0.4	3	1.8	7	3.7	3
	0.5	4	2.0	15	3.9	1
	0.6	30	2.2	16	4.0	2
	0.8	34	2.4	4	4.1	2
	1.0	15	2.5	11	4.3	3
	1.1	16	2.7	10	4.5	1
	1.2	35	2.9	2	5.0	1
	1.3	16	3.0	13	5.1	1
	1.5	15	3.2	8	6.4	1
	1.6	12	3.4	2		
资料 II (N= 342)	0.3	1	1.8	16	3.4	4
	0.4	2	1.9	7	3.5	6
	0.5	11	2.0	8	3.6	2
	0.6	21	2.1	12	3.7	4

续表

组 别	有效波高	观测资料	有效波高	观测资料	有效波高	观测资料
	(m)	(个数)	(m)	(个数)	(m)	(个数)
资料II (N = 342)	0.7	9	2.2	5	3.8	4
	0.8	17	2.3	2	4.2	1
	0.9	23	2.4	5	4.3	3
	1.0	21	2.5	9	4.4	4
	1.1	11	2.6	2	4.5	1
	1.2	24	2.8	2	4.8	2
	1.3	23	2.9	5	4.9	1
	1.4	17	3.0	6	5.1	2
	1.5	17	3.1	4	5.9	1
	1.6	9	3.2	6		
1.7	7	3.3	4			

注: N 为样本数

根据实测资料可以用下面的式子得到各外观统计量的估计值:

$$\bar{H} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N H_i; C_V = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (H_i - \bar{H})^2}}{\bar{H}}; C_S = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (H_i - \bar{H})^3}{\left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (H_i - \bar{H})^2 \right]^{3/2}}$$

式中, H_i 为资料样本波高值; N 为样本数。

这样, 对两组资料就可以得到相应的 \bar{H} 、 C_V 和 C_S 的值; 再把它们代入 (12) — (14) 式, 用数值求解的方法, 可以得到相应的 δ 、 α 和 β 的值 (表 2)。

表 2 两组资料的各参数值

Tab.2 The parameters of the two groups of data

	资料 I	资料 II		资料 I	资料 II
\bar{H}	1.735	1.727	δ	0.038±0.001	0.046±0.001
C_V	0.563	0.613	α	0.881±0.001	0.927±0.001
C_S	1.261	1.226	β	0.532±0.001	0.566±0.001

图 2、图 3 给出了在表 1 各参数下两组资料的有效波高密度分布和累积率曲线, 以及相应的资料直方图和资料累积率点值, 可以看出, 理论与实测符合得很好。

图 2、3 中虚线为对数-正态分布; $F(H)$ 为累积率, 其定义如下:

$$F(H) = \int_H^{\infty} f(x) dx$$

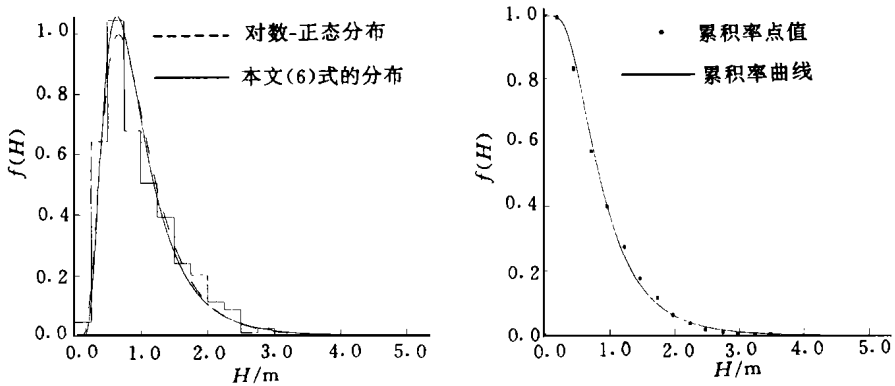


图 2 理论曲线与资料 I 的比较

Fig. 2 Comparison between the theory and data I

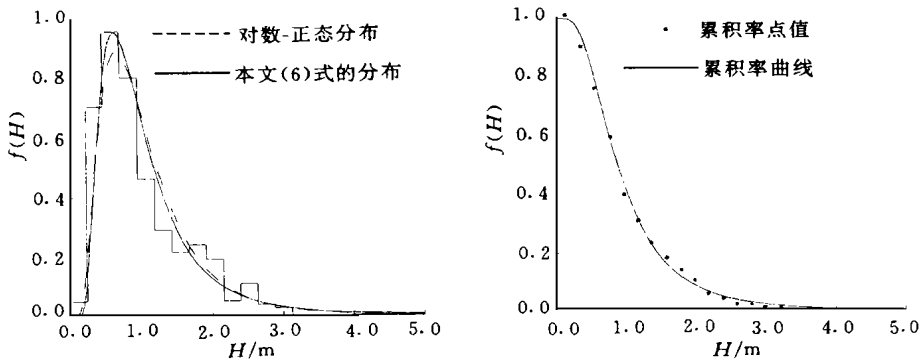


图 3 理论曲线与资料 II 的比较

Fig. 3 The comparison between the theory and data II

4 结语

本文通过对有效波高的非线性统计研究,说明在海浪过程的研究中引入非线性因素的影响,正体现了物理现象的客观现实性。以波陡 δ 作为非线性效应参数,控制有效波高的分布,是一个行之有效的方法,理论分布与实测资料的较为一致性很好地体现了这一点。

参 考 文 献

- 文圣常, 余宙文, 1984. 海浪理论与计算原理. 科学出版社, 161—194
 侯一筠, 李明悝, 谢强等, 2000. 随机波面概率统计中的动力学应用. 海洋与湖沼, 31(4): 349—353
 Ochi M K, 1985. 刘德辅等译. 不规则海浪随机分析及概率预报. 北京: 海洋出版社, 46—49
 Kinsman B, 1965. Wind waves. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 1—676

A NONLINEAR STATISTIC OF SIGNIFICANT WAVE HEIGHT AND ITS APPLICATION IN ANALYZING TOPEX ALTIMETER DATA FROM THE SOUTH CHINA SEA

HOU Yi- Jun, ^{*} LU Jun, LI Ming- Kui, HE Yi- Jun, YIN Bao- Shu,

SU Jing- Zhi, CHENG Ming- Hua

(*Institute of Oceanology, The Chinese Academy of Sciences, Qingdao, 266071*)

^{*} (*Industry University of Tianjin, Tianjin, 300191*)

Abstract Based on the model of probability statistics of random wave surface, using the relation of Ochi, a nonlinear statistical distribution of significant wave height is obtained:

$$f(H) = \frac{1}{\sqrt{2\pi H} \beta} \left| 1 - \frac{\delta}{\beta} \ln \frac{H}{\alpha} \right| e^{-\frac{\delta}{\beta} \ln \frac{H}{\alpha}} e^{-\frac{1}{2\beta^2} \ln^2 \frac{H}{\alpha} \exp\left(-\frac{2\delta}{\beta} \ln \frac{H}{\alpha}\right)}$$

The results of the study not only extend the two parameters logarithm- Gaussian distribution of significant wave height, but also describe the change of the statistical distribution by using the wave steepness as the nonlinear control parameter of significant wave height. Applying the result to the analysis of TOPEX altimeter data in the South China Sea, the theoretical results are identical to the data.

Key words Significant wave height, Statistical distribution, TOPEX altimeter