

风浪频谱的成长模型

谱参量随风区的成长关系*

王 鑫^{1,2} 侯一筠¹

(1. 中国科学院海洋研究所 青岛 266071; 2. 中国科学院研究生院 北京 100049)

提要 为得到谱参量随风区的变化关系,从而更细致地刻画风浪频谱的成长方式。在动力学方程的控制下,基于三参量风浪频谱,利用动力-统计学相结合的方法导出了谱参量(谱宽度 B 、谱的零阶矩 \tilde{m}_0 、谱的峰频率 $\tilde{\omega}_0$)随风场要素(风区)的成长关系分别为: $B = 5.68 \times 10^{-3} \bar{x}^{9.482 \times 10^{-1} - 4.661 \times 10^{-2} \ln \bar{x}}$; $\tilde{m}_0 = 1.356 \times 10^{-8} \bar{x}^{2.367 - 1.097 \times 10^{-1} \ln \bar{x}}$; $\tilde{\omega}_0 = 4.082 \times 10^1 \bar{x}^{-7.623 \times 10^{-1} + 3.71 \times 10^{-2} \ln \bar{x}}$ 。同时得到了简化形式的波陡 δ 、波龄 β 与谱宽度之间的关系为: $\delta = 2.14 \times 10^{-2} B^{-1.05 - 4.26 \times 10^{-1} \ln B}$, $\beta = 1.26 B^{1.28 + 1.97 \times 10^{-1} \ln(B)}$ 。此外,还得出受风场要素控制的,谱的零阶矩与谱的峰频率之间的新关系为: $\begin{cases} \tilde{\omega}_0 = a_1 \tilde{m}_0^{-0.33} \\ a_1 = 1.034 \times 10^{-1} \bar{x}^{1.872 \times 10^{-2} + 8.50 \times 10^{-4} \ln \bar{x}} \end{cases}$,从而阐明了先前

的各种经验关系是新关系在取不同风区值时的特例。可见,将动力学原理引入风浪频谱的研究,所建立的谱参量随风区的变化关系与先前的经验公式相比更加合理,且普适性更强。

关键词 风浪频谱, 谱宽度, 谱的零阶矩, 谱的峰频率

中图分类号 P731.21

目前,风浪频谱因其在理论研究和实际应用中的重要作用,得到了相当广泛的研究。但由于客观现象的复杂性,迄今尚没有自理论上获得风浪频谱的方法。所以现在普遍采取的一种方法是:先假定海浪可由某种现有的谱型来描述,然后用相关方法研究其中的参量,以满足理论研究和工程应用方面的需求。在以往研究中,主要依靠现场观测、数值模拟等手段得出的谱参量与风场要素的经验或半理论半经验关系(Hasselmann, 1973),此类方法对观测数据的依赖较大,且缺乏普适性。为解决上述问题,本文中作者在侯一筠等(1990)已经提出的三参量风浪频谱的基础上,在谱参量的统计研究中,建立受动力学方法支配的控制模型,给出受动力学方程控制的谱参量(谱宽度 B 、谱的零阶矩 m_0 、谱的峰频率 ω_0)随风场要素(风区)的成长关系,并给出波陡、波龄与谱宽度的简化形式,得出新的受风场要素控制的谱的零阶

矩和谱的峰频率之间的关系,从而使理论结果更具有普适性,且更加准确地刻画谱参量在风浪成长的各阶段的变化规律。

1 谱宽度随风区的变化关系

1.1 化简波陡、波龄与谱宽度的关系

侯一筠等(1990, 1993)曾通过理论推导得到波陡、波龄与谱宽度的关系:

$$\delta = 1.36 \times 10^{-2} B^{-0.51} (2.165 - 0.1721 B^{-1}) \quad (1)$$

$$\beta = 1.61 B^{1.05} (2.165 - 0.1721 B^{-1})^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

但其形式复杂,且不能够直观地看出波陡、波龄与谱宽度之间的关系。故采用最小二乘拟合的方法得出与(1)、(2)式具有最小均方误差的函数

$$\delta = 2.14 \times 10^{-2} B^{-1.05 - 4.26 \times 10^{-1} \ln B} \quad (3)$$

$$\beta = 1.26 B^{1.28 + 1.97 \times 10^{-1} \ln(B)} \quad (4)$$

* 国家自然科学基金资助项目, 40476015 号。王鑫, E-mail: wolaiye_2004_renmen@126.com

通讯作者: E-mail: yjhou@ms.qdio.ac.cn

收稿日期: 2007-04-04, 收修改稿日期: 2008-04-08

比较可见(图 1、图 2), 新关系式与原式拟合良好。

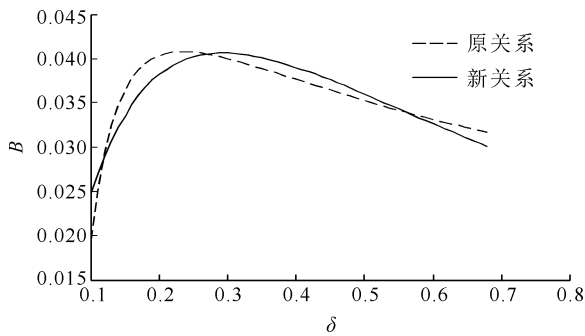


图 1 波陡与谱宽度的成长关系

Fig.1 The relationship between wave steepness and spectrum width

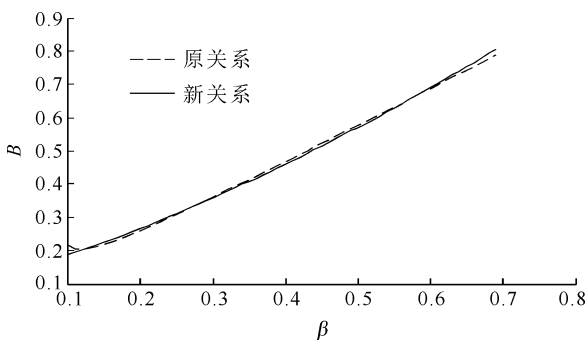


图 2 波龄与谱宽度的成长关系

Fig.2 The relationship between wave age and spectrum width

1.2 构造控制方程, 求解谱宽度的成长关系

在以有效波研究风浪的模式中, 其能量平衡可以表示为有效波能量平衡方程:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \nabla(C_g E) = R \tag{5}$$

其中 $E = \rho_w g H^2 / 8$ 是单位面积水柱内的波动能量, ρ_w 表示水深密度, R 表示源函数, 它代表单位水平面积、单位时间内风传递与浪的能量, 波的各种能量消耗以及各组成波间的能量转移, C_g 为有效波的群速。在深水重力波, 在非常好的近似的假定下, 可以认定深水风浪的有效波满足下面的弥散关系:

$$\omega^2 = gk$$

于是

$$C_g = \frac{C}{2}$$

对于定常状态, 且 $E = \rho_w g H^2 / 8$, $C^2 = \frac{gl}{2\pi}$, (5)式变为

$$\frac{2}{\delta} \frac{d\delta}{dx} + \frac{5}{\beta} \frac{d\beta}{dx} = \frac{2R}{EC} \tag{6}$$

再由 $\tilde{x} = gx / U^2$, 将(6)式变为:

$$\frac{2}{\delta} \frac{d\delta}{d\tilde{x}} + \frac{5}{\beta} \frac{d\beta}{d\tilde{x}} = \frac{U^2}{g} \frac{2R}{EC} \tag{7}$$

其中

$$R = R_N + R_T - R_M \tag{8}$$

$$R_N = \frac{\pi^2}{2} s \rho_a U^3 \delta^2 \beta (1 - \beta^2) \tag{9}$$

$$R_T = \pi^2 C_D \rho_a U^3 \delta^2 \beta \tag{10}$$

$$R_M = \frac{\pi^6}{54} \rho_w k^2 U^3 \delta^6 \beta^3 \tag{11}$$

(9)—(11)式中 R_N 表示风浪通过法向作用力传递的能量, R_T 表示通过切向作用力传递的能量, R_M 表示涡动粘性消耗的能量; s 表示遮拦系数, ρ_w 表示水深密度, ρ_a 为水-气界面处的空气密度, C_D 表示波面于静止的空气中水平移动时所受形状阻力的阻力系数, k 表示单位波数(文圣常等, 1984)。

将式(8)—(11)代入式(7)化简可得:

$$\frac{2}{\delta} \frac{d\delta}{d\tilde{x}} + \frac{5}{\beta} \frac{d\beta}{d\tilde{x}} = 2s \frac{\rho_a}{\rho_w} \frac{\left[(1 - \beta^2) + \mu - \gamma \frac{H(\tilde{x})^4}{\beta^2} \right]}{\beta^4} \tag{12}$$

其中

$$\mu = \frac{2C_D}{s}$$

$$\gamma = \frac{\pi^4}{27s} \frac{\rho_w}{\rho_a} k^2$$

$$H(\tilde{x}) = 6.0 \times 10^{-3} \tilde{x}^{2.04 \times 10^{-1} - 3.40 \times 10^{-3} \ln \tilde{x}}$$

将式(3)、(4)代入式(12)并化简可得:

$$\frac{dB}{d\tilde{x}} = \left[(2.154 + 0.558 \ln B)^{-1} B^2 \right] \square \frac{2s \rho_a}{\rho_w} \frac{\left[(1 - \beta^2) + \mu - \gamma \frac{H(\tilde{x})^4}{\beta^2} \right]}{\beta^4} \tag{13}$$

求式(13)的数值解, 取: $\frac{\rho_w}{\rho_a} = 770$, $k = 0.4$ (Guan et al, 2002), $s = 2.68 \times 10^{-2}$, $C_D = 2.25 \times 10^{-3}$, 在满足 $B(1.58 \times 10^{-4}) = 0.698$ 的条件下, 对解得的 B 值进行最小二乘法拟合, 得到谱宽度 B 随风区的成长关系:

$$B = 5.68 \times 10^{-3} \tilde{x}^{9.482 \times 10^{-1} - 4.661 \times 10^{-2} \ln \tilde{x}} \tag{14}$$

先前使用的经验成长关系为:

$$B = 3.34 \times 10^{-2} \tilde{x}^{0.314} \tag{15}$$

比较两个成长关系(图 3), 可以看出, 按新的成长关系, 谱宽度在风浪成长初期, 其成长速度很快, 随着

风浪的不断成长, 谱宽度的成长速度逐渐放缓, 直到风浪达到充分成长, 谱宽度停止增长, 即风区的成长不再能引起谱宽度的变化; 而按先前使用的经验成长关系, B 值将随着风区的成长不断增长。显然, 新的成长关系更加符合实际。

另外, 文中参考国家海洋局所属海洋站的观测资料(海洋站观测资料, 1978、1979 和 1982), 考虑需要风区参量, 选取了渤海、黄海、东海的部分海洋站的观测数据(所选海洋站为千里岩、塘沽、连云港、大鹿岛、滩浒岛、台山和长白山)。由于所提出的各谱参量是随无因次风区的变化而变化的, 因此按照无因次风区的不同将所选的数据进行分组, 将数据较少以及数据的观测条件较差的组舍去, 最后选取有代表性的 10 组数据, 每组对应的无因次风区的大小及数据个数如表 1 所示。

表 1 实测数据
Tab.1 In situ data

各组实验数据的性质		
个例	无因次风区 \bar{x}	个数
1	3.06×10^3	68
2	4.07×10^3	23
3	1.59×10^3	94
4	3.56×10^3	54
5	3.97×10^3	46
6	3.73×10^3	21
7	2.98×10^3	47
8	4.09×10^3	105
9	8.77×10^3	31
10	1.70×10^4	24

将表中数据代入验证, 结果如图 3(实心圆点表示), 可见, 新关系式更加符合观测实际。

2 谱的零阶矩和峰频率随风区、风时的变化关系

2.1 \tilde{m}_0 与 $\tilde{\omega}_0$ 的新关系

\tilde{m}_0 与 $\tilde{\omega}_0$ 的关系对于研究两个参量的性质至关重要, 迄今为止, 海洋工作者对其进行了大量的研究(文圣常, 1960; Wen, 1988a,b), 给出了几种形式的经验公式, 其中由 Davidan(1985)得到的结果

$$\tilde{\omega}_0 = 0.11\tilde{m}_0^{-0.34} \quad (16)$$

受到较为普遍的重视, 近来 Wen 等(1989)得到的半经验半理论关系也有其一定的合理性

$$\tilde{\omega}_0 = 0.129\tilde{m}_0^{-0.33} \quad (17)$$

根据实测数据的分析, 作者认为按式(17)的方法, 将 \tilde{m}_0 与 $\tilde{\omega}_0$ 的关系表示为 $\tilde{\omega}_0 = a\tilde{m}_0^b$ 的形式, 且将 b 取为 -0.33 是合理的, 但从两参量的物理背景方面考虑, 将 a 取为随风参量变化的变量更加符合客观实际。

由谱的零阶矩、峰频率、波高周期之间的关系和波高、周期随风区的成长关系, 利用最小二乘法拟合, 可以得出新的 \tilde{m}_0 与 $\tilde{\omega}_0$ 的关系(图 4—6)

$$\begin{cases} \tilde{\omega}_0 = a_1\tilde{m}_0^{-0.33} \\ a_1 = 1.034 \times 10^{-1} \bar{x}^{-1.872 \times 10^{-2} + 8.50 \times 10^{-4} \ln \bar{x}} \end{cases} \quad (18)$$

不难看出, 式(29)中的 a 的取值 0.129, 是当风区 \bar{x} 取 $[4500, 5000]$ 的值时式(30)中 a_1 的近似值, 可以认为旧关系是新关系中风区成长到一定阶段的结果。另外, 通过数据分析比较可知(图 5), 当风区取值小于 10^4 时, 随着风区的成长, a_1 的取值变化极小(图 4); 但随着风区的成长, 当风区的取值大于 10^4 时, 风区的成长对于 a_1 的取值变化的影响越来越大(图 6)。这说明 \tilde{m}_0 与 $\tilde{\omega}_0$ 之间的关系是受到无因次风区的制约的, 新结果确保了风区取更大范围值时, 二者之间关系的准确性。

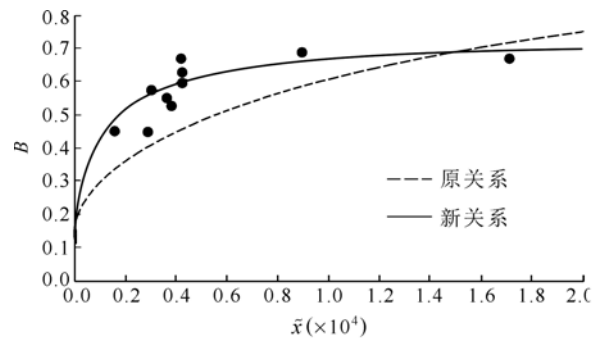


图 3 谱宽度随无因次风区的成长关系

Fig.3 Spectrum width growth with dimensionless fetch

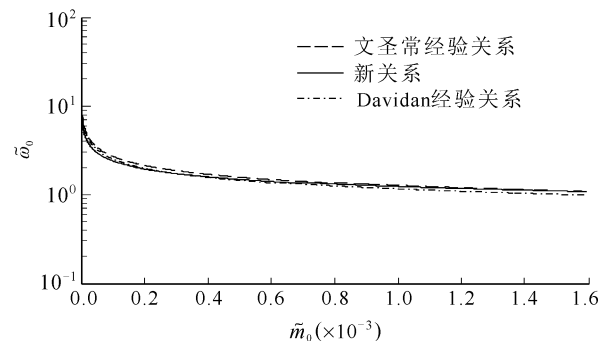


图 4 \tilde{m}_0 与 $\tilde{\omega}_0$ 的关系

Fig.4 The relationship between \tilde{m}_0 and $\tilde{\omega}_0$

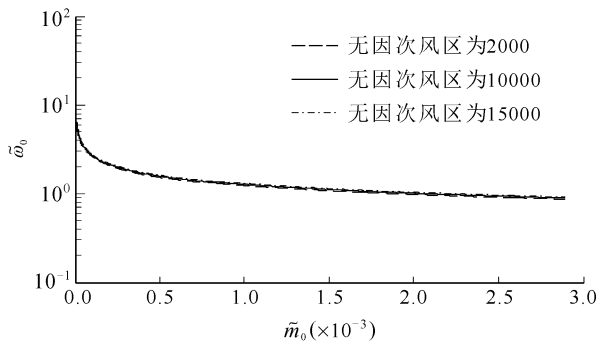


图 5 不同无因次风区下的新关系

Fig. 5 The new relationship in different dimensionless fetch

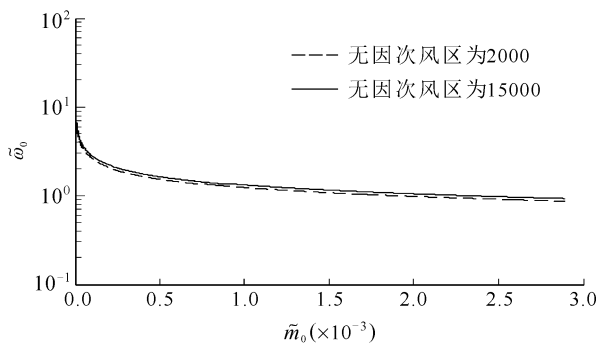


图 6 风浪成长初期与充分成长状态下的 \tilde{m}_0 与 $\tilde{\omega}_0$ 关系

Fig.6 The relationship between \tilde{m}_0 and $\tilde{\omega}_0$ when the wind wave developing and developed

2.2 \tilde{m}_0 、 $\tilde{\omega}_0$ 随风区的成长关系

首先, 构造包含 \tilde{m}_0 、 $\tilde{\omega}_0$ 的能量平衡方程, 作为其动力学控制方程。根据前人的理论成果(文圣常等, 1984), 风浪处于定常状态下的能量平衡为

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial x} = \bar{R}_N + \bar{R}_T - \bar{R}_M \tag{19}$$

其中

$$\bar{A} = \frac{1}{\pi} \rho_\omega g^2 \frac{\bar{a}^2}{\bar{\omega}} \tag{20}$$

$$\begin{cases} \bar{R}_N = \frac{3}{\pi} s \rho_a g^2 \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) \bar{a}^2 \left(\frac{\bar{\omega}}{g}\right)^3 \left(U - \frac{g}{\bar{\omega}}\right)^2 \\ \bar{R}_T = \frac{6}{\pi} C_D \rho_a g^2 \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) U^2 \bar{a}^2 \left(\frac{\bar{\omega}}{g}\right)^3 \\ \bar{R}_M = \frac{3}{\pi^2} \gamma g^2 \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) \bar{a}^3 \left(\frac{\bar{\omega}}{g}\right)^3 \end{cases} \tag{21}$$

(21)式中 \bar{R}_N 表示法向作用力传递的能量, \bar{R}_T 表示切向作用力传递的能量, 而 \bar{R}_M 则表示涡动摩擦消耗的能量(文圣常等, 1984)。另外

$$\bar{a} = \frac{1}{2} \sqrt{\pi m_0} \tag{22}$$

$$\bar{\omega} = R(B) \omega_0 \tag{23}$$

由式(19)–(23)可得(24)式

$$\rho_\omega g \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\pi m_0}{4R(B)\omega_0} \right) = \frac{3}{4} g^2 \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) \pi m_0 \left(\frac{R(B)\omega_0}{g} \right)^3 \left[s \rho_a \left(U - \frac{g}{R(B)\omega_0} \right)^2 + 2C_D \rho_a U^2 - \frac{\gamma}{2\pi} \sqrt{\pi m_0} \right] \tag{24}$$

由 $\tilde{x} = gx/U^2$, $\tilde{m}_0 = m_0 g^2 / U^4$, $\tilde{\omega}_0 = \omega_0 U / g$, 对上式进行无因次化得到(25)式

$$\frac{\rho_\omega}{g} \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left(\frac{\tilde{m}_0}{4R(B)\tilde{\omega}_0} \right) = 3 \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) \tilde{m}_0 (R(B)\tilde{\omega}_0)^3 \left[s \rho_a \left(1 - \frac{1}{R(B)\tilde{\omega}_0} \right)^2 + 2C_D \rho_a - \frac{\gamma}{2g\pi} \sqrt{\pi \tilde{m}_0} \right] \tag{25}$$

将(18)式代入(25)式并化简得

$$\frac{d\tilde{m}_0}{d\tilde{x}} = \frac{G_3 - 9.671G'\tilde{m}_0^{1.33}}{1.286 \times 10^1 G \tilde{m}_0^{0.33}} \tag{26}$$

其中

$$G = G_1 G_2$$

$$G_1 = (2.165 - 3.030 \times 10^1 \tilde{x}^{-9.482 \times 10^{-1} + 4.66 \times 10^{-2} \ln \tilde{x}})^{\frac{1}{2}}$$

$$G_2 = \tilde{x}^{-1.872 \times 10^{-2} - 8.5 \times 10^{-4} \ln \tilde{x}}$$

$$G' = G_1' G_2 + G_1 G_2'$$

$$G_1' = 7.06 \times 10^{-1} (2.165 - 3.030 \times 10^1 \tilde{x}^{-9.482 \times 10^{-1} + 4.66 \times 10^{-2} \ln \tilde{x}})^{\frac{3}{2}} (-9.482 \times 10^{-1} + 4.66 \times 10^{-2} \ln \tilde{x}) \tilde{x}^{-2.948 + 4.66 \times 10^{-2} \ln \tilde{x}}$$

$$G_2' = 8.5 \times 10^{-4} (1.872 \times 10^{-2} + 8.5 \times 10^{-4} \ln \tilde{x}) \tilde{x}^{-2.019 - 8.5 \times 10^{-4} \ln \tilde{x}}$$

$$R(B) = (2.17 - 1.72 \times 10^{-1} B^{-1})^{\frac{1}{2}}$$

$$G_3 = \frac{3g}{\rho_\omega} \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) \Gamma\left(\frac{3}{4}\right) \tilde{m}_0 (R(B)\tilde{\omega}_0)^3 \left[s \rho_a \left(1 - \frac{1}{R(B)\tilde{\omega}_0} \right)^2 + 2C_D \rho_a - \frac{\gamma}{2g\pi} \sqrt{\pi \tilde{m}_0} \right]$$

求(26)式的解析解相当困难, 为此作者求助于数值方法, 首先确定其中的参数: 取 $s = 2.68 \times 10^{-2}$, $C_D = 2.25 \times 10^{-3}$, $\rho_a = 1.23 \times 10^{-3}$, $\rho_\omega = 1.02$, $\Gamma\left(\frac{4}{5}\right) = 1.164$, $\Gamma\left(\frac{3}{4}\right) = 1.225$, $\Gamma\left(\frac{5}{2}\right) = 1.329$, $b = 1.32 \times 10^{-5}$, $\gamma = 8\pi^{1/2}$

$bg\Gamma\left(\frac{5}{2}\right) = 2.40 \times 10^{-3}$, 本文中作者研究的是有限风区的风浪, 可取 \tilde{x} 的变化范围为 $[0, 5 \times 10^4]$, 然后利用最小二乘法拟合, 可以得到如下的关系

$$\tilde{m}_0 = 1.356 \times 10^{-8} \tilde{x}^{2.367 - 1.097 \times 10^{-1} \ln \tilde{x}} \quad (27)$$

由式(18), 可以得到

$$\tilde{\omega}_0 = 4.082 \times 10^1 \tilde{x}^{-7.623 \times 10^{-1} + 3.71 \times 10^{-2} \ln \tilde{x}} \quad (28)$$

至此, 得到了谱的零阶矩 \tilde{m}_0 和谱的峰频率 $\tilde{\omega}_0$ 随无因次风区 \tilde{x} 的成长关系, 与 Hasselmann 等(1973)根据 JONSWAP 试验的观测数据所得到的且目前受到较普遍的重视的经验关系

$$\tilde{m}_0 = 1.6 \times 10^{-7} \tilde{x} \quad (29)$$

$$\tilde{\omega}_0 = 22 \tilde{x}^{-0.33} \quad (30)$$

作比较(图 7、图 8), 可以看出按新的成长关系, 在风区成长初期, 谱的零阶矩 \tilde{m}_0 随其迅速增长; 随着风区的不断成长, \tilde{m}_0 的增长速度逐渐变缓; 直到风区成长到 15000 左右, 风浪达到充分成长, \tilde{m}_0 亦达到充分成长, 其不再随风区的变化而变化。对于谱的峰频率 $\tilde{\omega}_0$, 按新的成长关系, 在风区成长初期, 谱的峰频

率 $\tilde{\omega}_0$ 随其迅速下降, 随着风区的不断成长, $\tilde{\omega}_0$ 的下降速度逐渐变缓; 直到风区成长到 15000 左右, 风浪达到充分成长, $\tilde{\omega}_0$ 不再随风区的变化而变化。比较可知, 新的成长关系更加符合客观实际, 这证明了理论成果的正确性。由表 1 的实测数据代入比较, 可见, 新的成长关系更加符合观测结果。

3 结语

通过分别建立各谱参量的动力学控制方程, 得到了其随风区的变化关系, 从而更加准确地刻画了谱参量在风浪成长的各阶段的变化规律。另外, 获得了更加简化的 δ - B 、 β - B 关系以及受风参量制约的谱的零阶矩 \tilde{m}_0 与峰频率 $\tilde{\omega}_0$ 的关系, 并解释了传统的 \tilde{m}_0 与 $\tilde{\omega}_0$ 关系中经验常数的不同选取所代表的物理背景。文中给出的成长关系与先前的经验关系相比, 理论依据更加充分, 更据普适性, 且更加符合客观实际。应用本文的成果, 可以进一步研究三参量风浪频谱随风区的变化关系, 从而更加细致的描述风浪频谱的成长方式及规律, 但由于篇幅所限, 本部分内容将另文阐述。最后需要指出, 针对风区参量的研究方法与其结果对于风时参量同样适用。

参 考 文 献

- 文圣常、余宙文, 1984. 海浪理论与计算原理. 科学出版社, 430—437
- 文圣常, 1960. 普遍风浪谱及其应用. 山东海洋学院学报, 1: 15—43
- 侯一筠, 文圣常, 1990. 三参量风浪频谱. 海洋与湖沼, 21(6): 495—504
- 侯一筠, 王 涛, 1993. 风浪频谱中的特征量. 海洋与湖沼, 24(6): 126—131
- Davidan E N, 1985. Wind Wave in Oceans (in Russian). Hydrometeorology Press, Leningrad, 255
- Guan C L, Sun Q, 2002. Analytically derived wind wave growth relationships. China Ocean Engineering, 16(3): 359—368
- Hasselmann K, 1973. Measurements of wind wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP). Deut Hydr Zeit, A8(12):1
- Wen S C, 1988a. Theoretical wind wave frequency spectra in deep water. Form of spectrum. Acta Oceanologica Sinica, 7(1):1—16
- Wen S C, 1988b. Theoretical wind wave frequency spectra in deep water. Comparison and verification of spectra. Acta Oceanologica Sinica, 7(2):159—169
- Wen S C, 1989. Parameters in wind-wave frequency spectra and their bearings on spectrum forms and growth. Acta Oceanologica Sinica, 8(1): 15—39

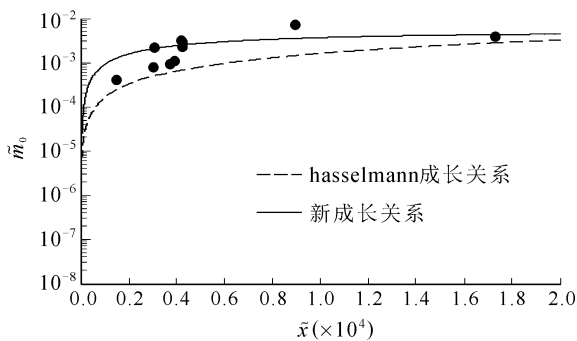


图 7 谱的零阶矩随无因次风区的成长关系

Fig.7 The spectrum variance growth with dimensionless fetch

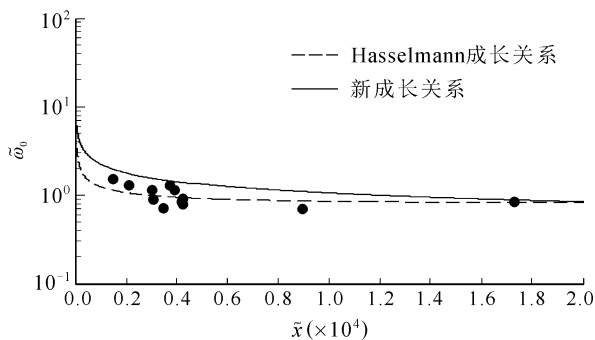


图 8 谱的峰频率随无因次风区的成长关系

Fig.8 The peak frequency growth with dimensionless fetch

THE DEVELOPING MODEL OF WIND WAVE SPECTRUM: Part . THE GROWTH RELATION BETWEEN SPECTRUM PARAMETERS AND FETCH

WANG Xin^{1,2}, HOU Yi-Jun¹

(1. Institute of Oceanology, Chinese Academy of Sciences, Qingdao, 266071;

2. Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing, 100049)

Abstract Obtained to describe clearly the developing model of wind wave spectrum, the growth relationship between spectrum parameters and wind parameters must be established. The authors proposed a spectrum with three parameters: spectrum variance m_0 , peak frequency ω_0 , and spectrum width B , and conducted this study on the relationship with statistic method in wind dynamics. The growth relationship between spectrum parameters and wind parameters is derived with the following dynamic formulas: $B = 5.68 \times 10^{-3} \bar{x}^{9.482 \times 10^{-1} - 4.661 \times 10^{-2} \ln \bar{x}}$; $\tilde{m}_0 = 1.356 \times 10^{-8} \bar{x}^{2.367 - 1.097 \times 10^{-1} \ln \bar{x}}$; $\tilde{\omega}_0 = 4.082 \times 10^1 \bar{x}^{-7.623 \times 10^{-1} + 3.71 \times 10^{-2} \ln \bar{x}}$.

Meanwhile, the relationships among wave steepness δ , wave age β and spectrum width B are simplified as $\delta = 2.14 \times 10^{-2} B^{-1.05 - 4.26 \times 10^{-1} \ln B}$ and $\beta = 1.26 B^{1.28 + 1.97 \times 10^{-1} \ln(B)}$. In addition, a new relationship between the spectrum variance and the

peak frequency is obtained, which is controlled by wind parameter $\begin{cases} \tilde{\omega}_0 = a_1 \tilde{m}_0^{-0.33} \\ a_1 = 1.034 \times 10^{-1} \bar{x}^{1.872 \times 10^{-2} + 8.50 \times 10^{-4} \ln \bar{x}} \end{cases}$. The new relationship can

describe previous experiential formulas, as they are just some special cases of different wind values. Therefore, using dynamics theory, the new relationship between spectrum variances and fetch is introduced in present paper, which is more reasonable and more applicable than previous ones.

Key words Wind wave spectrum, Spectrum width, Spectrum variance, Peak frequency