

# 高频表面波对定常 Ekman 流解的影响\*

徐俊丽<sup>1,2</sup> 宋金宝<sup>1</sup>

(1. 中国科学院海洋研究所 青岛 266071; 2. 中国科学院大学 北京 100049)

**提要** 基于 Jenkins(1989)建立的包含 Stokes 漂流、风输入和波耗散影响的修正 Ekman 模型, 采用 Paskyabi 等(2012)使用的推广的 Donelan 等(1987)中的谱和波耗散函数, 并利用 Paskyabi 等(2012)中修正方法给出的包含高频波的风输入函数, 在粘性不依赖于水深及粘性随深度线性变化的条件下, 研究了包含高频毛细重力波的随机表面波对 Stokes 漂流和 Song(2009)导出的波浪修正定常 Ekman 流解的影响。结果表明高频表面波使 Stokes 漂流在海表面剪切加强, 对定常 Ekman 流解的影响通常不能忽略, 但对 Ekman 流场的角度偏转影响很小。最后, 将考虑高频表面波尾谱影响所估算的定常 Ekman 流解与已有观测结果以及经典 Ekman 解进行了比对分析。

**关键词** 高频波; 定常 Ekman 流解; Stokes 漂流; 风输入; 波耗散

**中图分类号** P738.1 **doi:** 10.11693/hyhz20121213001

海表面层是动量输送、热量输送和水汽输送非常活跃的区域, 对气候变化、环境污染和生物过程等有十分重要的作用。而发生在海气界面的表面波对近表层动力学过程有重要影响, 如: 波浪破碎将加强海表层的湍流混合, 波浪诱导产生的 Stokes 漂流以及波流相互作用产生的 Langmuir 环流直接影响和修正着平均流场, 波浪同时也直接影响着海表面粗糙度等。通常, 海浪运动很不规则, 可以看作由很多不同波高和波长的规则波叠加而成而用海浪谱来描述, 分析海浪谱中各成分波对界面过程的影响有助于深入了解海气界面的物理过程。海浪中的低频波有较大波高, 对海气界面流场结构有较大影响, 而高频波对动量交换起主要作用(张子范等, 1997)。

近年来, 国内外学者就波浪对 Ekman 流场的影响进行了大量研究。Lewis 等(2004)通过考虑 Stokes-Coriolis 力, 研究了表面波对定常 Ekman 流场的影响。结果表明: Stokes 漂流对定常 Ekman 流场的角度偏转有重要作用。Song(2009)在 Lewis 等(2004)研究工作的基础上, 进一步考虑了风输入项和波能耗散项的作用, 得到的结果与 Lewis 等(2004)的结果相比,

更接近于观测结果。Stokes 漂流、风输入和波浪耗散对定常 Ekman 流场的修正很大程度上缩小了经典 Ekman 解和已有观测之间的差距。然而, 这些结论都只是在一定频率的重力波范围内得到的, 没有考虑高频毛细重力波的影响。

本文将研究包含高频毛细重力波的随机表面波对 Stokes 漂流和定常 Ekman 流解的影响。研究采用推广的 DP 谱以及 Jenkins(1989)所建立的包含 Stokes 漂流、风输入和波耗散影响的修正 Ekman 模型。推广的 DP 谱是 Paskyabi 等(2012)中给出的包含高频波的频率谱, 频率上限可取到 10Hz, 对应波长约为 0.016m。因此, 采用推广的 DP 谱研究高频波对 Stokes 漂流和定常 Ekman 流解的影响包含了毛细重力波的作用。修正 Ekman 模型中的波耗散函数采用 Paskyabi 等(2012)中的波耗散表达式, 风输入函数采用 Paskyabi 等(2012)中类似的修正方法给出的包含高频波的形式。在粘性不依赖于水深及粘性随深度线性变化的条件下, 分析高频波尾谱对 Stokes 漂流和定常 Ekman 流解的影响, 并将计算结果与观测结果作一比较。

\* 国家自然科学基金项目, 41176016 号; 国家基金委创新群体项目, 41121064 号。徐俊丽, 博士研究生, E-mail: xjlshy1983@163.com

通讯作者: 宋金宝, 研究员, E-mail: songjb@qdio.ac.cn

收稿日期: 2012-12-13, 收修改稿日期: 2013-02-05

## 1 定常 Ekman 流解

Song(2009)给出了包含 Stokes 漂流、风输入项和波浪耗散影响且涡粘系数  $A_v$  取两种不同情况时波浪修正 Ekman 方程的定常 Ekman 流解, 这两种情况下的解均由经典 Ekman 解和风生表面波对经典 Ekman 解的修正部分组成。若忽略表面波影响, Song(2009)得到的波浪修正定常 Ekman 流解就退化为经典 Ekman 解。下面分别给出两种情况下所对应的波浪修正的定常 Ekman 流解表达式。

### 1.1 涡粘系数不依赖于水深

当涡粘系数  $A_v$  不依赖于水深时,  $A_v$  采用 Ekman (1905), Santiago-Mandujano 等(1990)给出的形式, 即:

$$A_v \equiv A_{v1} = 1.2 \times 10^{-4} U_{10}^2, \quad (1)$$

这里  $U_{10}$  为离水体表面 10m 高处的风速。

相应的波浪修正的定常 Ekman 流解表达式为 (Song, 2009),

$$U_{WE1} = U_{E1} + U_{W1}, \quad (2)$$

其中,

$$U_{E1} = \frac{\tau_a}{j\rho_w A_{v1}} e^{jz}, \quad (3)$$

$$U_{W1} = \left[ -\frac{\tau_{in}}{j\rho_w A_{v1}} - \frac{1}{jA_{v1}} \int_{-\infty}^0 \{if_{cor} U_s(z') + T_{wds}(z')\} \cosh(jz') dz' \right] \times e^{jz} + U_0(z), \quad (4)$$

$$U_0(z) = \frac{1}{jA_{v1}} \int_{-\infty}^z \{if_{cor} U_s(z') + T_{wds}(z')\} \sinh[j(z-z')] dz', \quad (5)$$

这里, (3)是经典 Ekman 解, (4)是风生表面波对经典 Ekman 解的修正部分,  $z$  为深度。水体密度  $\rho = 1025 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , 风应力  $\tau_a$  为:

$$\tau_a = (\tau_x, \tau_y) = \rho_a C_D U_{10}^2, \quad (6)$$

其中, 空气密度  $\rho_a = 1.2 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $C_D$  是海气拖曳系数。

参量  $j$  为:

$$j = \begin{cases} \frac{1}{d_e}(1+i), & f_{cor} > 0 \\ \frac{1}{d_e}(1-i), & f_{cor} < 0 \end{cases}, \quad (7)$$

这里  $d_e = \sqrt{\frac{2A_{v1}}{|f_{cor}|}}$  为 Ekman 层深度,  $f_{cor} = 10^{-4} \text{s}^{-1}$  是 Coriolis 参数。

$\tau_{in}$  是波应力,  $T_{wds}$  是波能耗散引起的波向平均流的

动量输送。根据风输入函数  $S_{in}(f, \theta)$  和波浪耗散函数  $S_{ds}(f, \theta)$  给出这两项表达式 (Jenkins, 1989; Tang *et al*, 2007),

$$\tau_{in} = \tau_{inx} + i\tau_{iny} = 2\pi\rho_w \iint \hat{f} \hat{k} S_{in}(f, \theta) df d\theta, \quad (8)$$

$$T_{wds} = T_{wdsx} + iT_{wdsy} = -4\pi \iint \hat{f} \hat{k} S_{ds} k e^{2kz} df d\theta, \quad (9)$$

其中,  $f$  是波频率,  $\theta$  是波向,  $\hat{k}$  是波数  $k$  的单位向量。

根据 Kenyon(1969)和 Huang(1971), Stokes 漂流  $\mathbf{u}_s$  为:

$$\mathbf{u}_s = 4\pi \iint \hat{f} k e^{2kz} E(f, \theta) df d\theta, \quad (10)$$

这里,  $\mathbf{k} = (k \cos \theta, k \sin \theta)$  是波数向量,  $E(f, \theta)$  是波浪方向频谱。

### 1.2 涡粘系数随深度线性变化

当涡粘系数  $A_v$  随深度线性变化时, 采用 Madsen (1977), Lewis 等(2004)给出的形式, 即:

$$A_v \equiv A_{v2} = -\kappa u_*^w (z - z_{0S}) = \kappa u_*^w (z_+ + z_{0S}), \quad (11)$$

这里,  $z_+ = -z > 0$ ,  $\kappa = 0.4$  是 Von Karmen 常数,

$u_*^w = (|\tau_a| / \rho_w)^{1/2}$  是海水摩擦速度,  $z_{0S} = 665 \left( \frac{1.2}{\sqrt{C_D}} \right)^{1.5}$

$\left( \frac{u_*^w}{g} \right)^2$  是海表面粗糙长度 (Mellor *et al*, 2004)。

于是, 相应的波浪修正的定常 Ekman 流解表达式为 (Song, 2009),

$$U_{WE2}(-z_+) = U_{E2}(-z_+) + U_{W2}(-z_+), \quad (12)$$

其中,

$$U_{E2}(-z_+) = -\frac{2\tau_a}{\rho_w \kappa u_*^w \xi_0 K_0'(\xi_0)} K_0(\xi), \quad (13)$$

$$U_{W2}(-z_+) = \frac{2\tau_{in}}{\rho_w \kappa u_*^w \xi_0 K_0'(\xi_0)} K_0(\xi) + \frac{2}{\kappa u_*^w} \left\{ \frac{I_0'(\xi_0)}{K_0'(\xi_0)} K_0(\xi) \int_0^{+\infty} K_0(\xi') \times [if_{cor} U_s(-z') + T_{wds}(-z')] dz' - K_0(\xi) \int_0^{z_+} I_0(\xi') [if_{cor} U_s(-z') + T_{wds}(-z')] dz' - I_0(\xi) \int_{z_+}^{+\infty} K_0(\xi') [if_{cor} U_s(-z') + T_{wds}(-z')] dz' \right\}. \quad (14)$$

同样地, (13)是经典 Ekman 解, (14)是风生表面波对经典 Ekman 解的修正部分。  $i$  是虚数单位,  $\xi_0 = 2\sqrt{if_{cor} z_{0S} / \kappa u_*^w}$ ,  $\xi' = 2\sqrt{if_{cor} (z' + z_{0S}) / \kappa u_*^w}$ ,  $I_0$  和  $K_0$  分别是第一类和第二类修正的贝塞尔函数,  $I_0'$  和  $K_0'$  分别是  $I_0$  和  $K_0$  的导数。

## 2 谱形的选取

Song(2009)采用 Donelan 等(1987)给出的波数方向谱(记为 DP 谱)分析了随机表面波对定常 Ekman 流解的影响, 结果表明: 考虑波浪影响的定常 Ekman 流解与经典 Ekman 解相比更接近观测结果, 但文中没有考虑高频毛细重力波的作用。本文将采用推广的 DP 谱(Paskyabi, 2012)来研究包含高频毛细重力波的随机表面波对定常 Ekman 流解的影响。推广的 DP 谱(简称 EDP 谱)定义为: 当频率  $f \leq f_{\max}$  时使用 DP 谱, 而当  $f > f_{\max}$  时假定谱与  $f^{-5}$  成比例, 具体形式如下:

$$E(f) = \begin{cases} 0.0054 \frac{g^2}{(2\pi)^4} f_p^{-1} f^{-4} \exp\left[-\left(\frac{g}{2.4\pi f U_{10}}\right)^4\right] 1.7^\Gamma, & f \leq f_{\max} \\ E(f_{\max}) \cdot (f/f_{\max})^{-5}, & f > f_{\max} \end{cases}, \quad (15)$$

其中,

$$\Gamma = \exp\left[-1.22 \left(\frac{2.4\pi U_{10} f}{g} - 1\right)^2\right], \quad (16)$$

$$f_p = \frac{g}{2.4\pi U_{10}}. \quad (17)$$

EDP 谱的方向分布函数  $D(f, \theta)$  为

$$D(f, \theta) = \frac{1}{2} \mu\left(\frac{f}{f_p}\right) \operatorname{sech}^2\left[\mu\left(\frac{f}{f_p}\right) \theta\right], \quad (18)$$

这里,

$$\mu\left(\frac{f}{f_p}\right) = \begin{cases} 1.24, & 0 < f/f_p < \sqrt{0.31} \\ 2.61(f/f_p)^{1.3}, & \sqrt{0.31} \leq f/f_p < \sqrt{0.9} \\ 2.28(f_p/f)^{1.3}, & f/f_p \geq \sqrt{0.9} \end{cases}. \quad (19)$$

本文波浪频率上限  $f_{cut}$  取 10Hz, 对应波长约为 0.016m; 截断频率  $f_{\max}$  取  $\sqrt{10}f_p$  (对应波数为  $10k_p$ ,  $k_p$  为谱峰处波数), 对应波长约为 9.23m; 起始频率  $f_{\min}$  取为 0.05Hz。那么, 在风速  $U_{10} = 10\text{m/s}$  的完全发展海况下, EDP 谱随频率  $f$  变化如图 1, 全频范围内谱能值为  $0.5398\text{m}^2\text{s}$ , 截断频率范围内谱能值为  $0.5294\text{m}^2\text{s}$ 。

## 3 风输入函数和波耗散函数的选取

Song(2009)在 10 倍谱峰波数范围内考虑了波浪对定常 Ekman 流解的影响, 使用了风输入函数  $S_{in}$  (Hasselmann *et al*, 1988)和波浪耗散函数  $S_{ds}$  (Hasselmann *et*

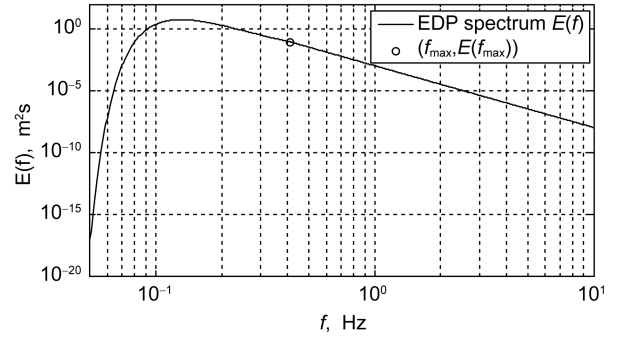


图 1 在风速  $U_{10}=10\text{m/s}$  时, 完全发展海况下 EDP 谱随频率  $f$  的变化,  $(f_{\max}, E(f_{\max}))$  是 EDP 谱在频率为  $\sqrt{10}f_p$  处的分界点

Fig.1 EDP spectra varies as functions of the frequency  $f$  for the fully developed sea and wind speed  $U_{10}=10\text{m/s}$ , and  $(f_{\max}, E(f_{\max}))$  is the demarcation point of EDP spectra at the  $\sqrt{10}f_p$

*al*, 1988; Komen *et al*, 1994)。而当考虑包含高频毛细重力波的随机表面波对定常 Ekman 流解的影响时, 就要对相应的风输入函数作修正。本文采用修正函数  $L(f)$  对风输入函数  $S_{in}(f)$  (Hasselmann *et al*, 1988)的高频部分作类似于 Paskyabi 等(2012)所采用的修正。

风输入源项  $S_{in}(f)$  (Hasselmann *et al*, 1988)为

$$S_{in}(f) = \int_{\theta} \beta \cdot E(f) \cdot D(f, \theta) d\theta, \quad (20)$$

其中, 波浪增长率  $\beta$  为

$$\beta = \max\left[0, 0.25 \frac{\rho_a}{\rho_w} \left(28 \frac{u_*^a}{C} \cos \theta - 1\right)\right] \cdot \omega, \quad (21)$$

空气摩擦速度  $u_*^a$  为

$$u_*^a = \sqrt{C_D} U_{10}, \quad (22)$$

拖曳系数  $C_D$  (Guan *et al*, 2004)为

$$C_D = [0.78 + 0.475 f(\delta) U_{10}] \times 10^{-3}, \quad (23)$$

这里  $f(\delta) = 0.85^B A_G^{1/2} \delta^{-B}$ , 波陡  $\delta = H_s \omega_p^2 / g$ ,  $H_s$  是有效波高,  $\omega_p$  是谱峰频率, 经验参数  $A_G = 1.7$ ,  $B = -1.7$ 。

风输入源项的修正函数  $L(f)$  形式如下:

$$L(f) = \exp\left(\frac{f_0 - f}{f} \eta\right), \quad (24)$$

这里  $f_0$  是确定修正函数的起始频率, 此处取为  $1.35f_p$  (Tsagareli, 2008)。 $\eta$  是修正率, 即

$$\eta = \frac{f_i \ln X}{f_0 - f_i}, \quad (25)$$

其中  $f_i \in [f_0, f_{cut}]$  满足  $L(f_i) = X$ 。而  $X$  是修正因子, 满足

$$X = 1 + \frac{\tau_w - \tau'_w}{S_2}, \quad (26)$$

这里, 波致应力  $\tau_w$  为

$$\tau_w = \rho_d U_{10}^2 (C_D - C_V), \quad (27)$$

其中, 粘性拖曳系数  $C_V$  (Banner *et al.*, 1998) 为

$$C_V = -5 \times 10^{-5} U_{10} + 1.1 \times 10^{-3}, \quad (28)$$

而与风输入源项  $S_{in}(f)$  有关的波应力  $\tau'_w$  为

$$\tau'_w = \int_{f_{min}}^{f_{cut}} \rho_w g \frac{S_{in}(f)}{c(f)} df. \quad (29)$$

$S_2$  定义为

$$S_2 = \int_{f_0}^{f_{cut}} \rho_w g \frac{S_{in}(f)}{c(f)} df. \quad (30)$$

那么修正之后的风输入函数为

$$S_{in}^{corr}(f) = \begin{cases} S_{in}(f), & f < f_0 \\ L(f) \cdot S_{in}(f), & f \geq f_0 \end{cases}. \quad (31)$$

波浪耗散函数取为如下形式 (Hasselmann *et al.*, 1988; Komen *et al.*, 1994)

$$S_{ds}(f) = 2.25 \langle \omega \rangle \left( \langle k \rangle^2 m_0 \right)^2 \left( \frac{k}{\langle k \rangle} + \left( \frac{k}{\langle k \rangle} \right)^2 \right) E(f), \quad (32)$$

这里,

$$m_0 = \int E(f) df, \quad (33)$$

$$\langle \omega \rangle = \left[ m_0^{-1} \int E(f) \frac{1}{2\pi f} df \right]^{-1}, \quad (34)$$

$$\langle k \rangle = \left[ m_0^{-1} \int E(f) \frac{\sqrt{g}}{2\pi f} df \right]^{-2}. \quad (35)$$

### 4 高频波对 Stokes 漂流的影响

Stokes 漂流是由水质点轨迹不封闭产生, 引起海水向一定方向运输。Stokes 漂流在近表面处有很强的剪切, 因为每个波分量对 Stokes 漂流速度的贡献都随着 Stokes 深度指数衰减。而高频波对 Stokes 漂流也有较大贡献, 但仅限于近表面处 (如图 2)。该结果类似于 Rascle 等 (2006) 中的 Figure 2.1。

在完全发展海况下, 利用 EDP 谱计算风速  $U_{10} = 10\text{m/s}$  时 Stokes 漂流在截断频率范围和全频范围内海表处速度值分别为  $0.1184\text{m/s}$  和  $0.1301\text{m/s}$ , 后者比前者增大  $9.88\%$ 。当风速  $U_{10} = 20\text{m/s}$  时, 海表处速度值分别为  $0.2358\text{m/s}$  和  $0.2588\text{m/s}$ , 后者比前者增大  $9.75\%$ 。而 Stokes 输送

$$M^w = \int_{-H}^0 U_s(z) dz, \quad H = 500\text{m} \quad (36)$$

由高频波所引起的增加大约为  $1.3\%$ , 几乎可以忽略。

### 5 高频波对定常 Ekman 流解的影响

#### 5.1 高频波对涡粘系数不依赖于水深时定常 Ekman 流解的影响

当涡粘系数取常数时, 方程复数解 (2)–(5) 的实部和虚部可表示为:

$$u_{WE1} = u_{E1} + u_{W1}, \quad (37)$$

$$v_{WE1} = v_{E1} + v_{W1}, \quad (38)$$

这里,  $u_{E1}$  和  $v_{E1}$  是经典 Ekman 解,  $u_{W1}$  和  $v_{W1}$  是 Stokes 漂流、风输入和波浪耗散的修正部分。

记  $u_{mWE1}$  和  $v_{mWE1}$  为截断频率范围内 ( $f \leq \sqrt{10}f_p$ ) 方程解的实部和虚部 (即 Song (2009) 给出的解),  $u_{WE1}$  和  $v_{WE1}$  为全频范围内方程解的实部和虚部,  $U_{E1}$ ,  $U_{mWE1}$  和  $U_{WE1}$  分别为经典解、截断频率范围内解以及全频范围内解的大小。图 3—图 6 显示了它们在风速  $U_{10} = 10\text{m/s}$  和  $20\text{m/s}$  时的变化。

从上图可以看出, 当考虑高频波影响时, 波浪修正的定常 Ekman 流解增大。当风速取  $10\text{m/s}$  和  $20\text{m/s}$  时, 考虑高频波之后流场在海表处的速度大小分别

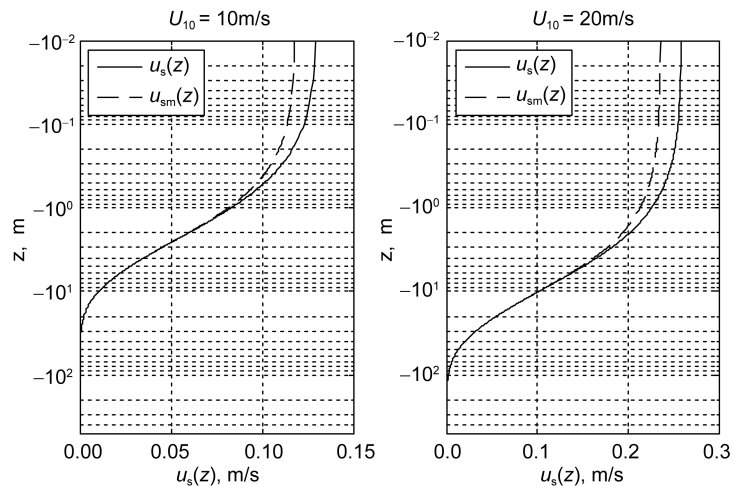


图 2 当风速  $U_{10} = 10\text{m/s}$  (左图) 和  $U_{10} = 20\text{m/s}$  (右图) 时, Stokes 漂流速度随深度的变化。  $u_{sm}(z)$  代表截断频率范围 ( $f \leq \sqrt{10}f_p$ ) 估算的 Stokes 漂流速度, 对应的最小波长为  $9.23\text{m}$ ;  $u_s(z)$  代表全频范围估算的 Stokes 漂流速度, 对应的最小波长为  $0.016\text{m}$

Fig.2 Stokes drift profiles for wind speeds  $U_{10} = 10\text{m/s}$  (left) and  $U_{10} = 20\text{m/s}$  (right).  $u_{sm}(z)$  denotes the Stokes drift among the cutoff frequency ( $f \leq \sqrt{10}f_p$ ) whose wavelength is  $9.23\text{m}$ .  $u_s(z)$  denotes the Stokes drift among the full frequency whose wavelength is  $0.016\text{m}$

增加了 27.95% 和 15.99%。在 Ekman 层深度  $d_e$  内, 流场速度大小的均方根误差分别为 0.0134 和 0.1005。而海表面处的角度偏转分别由  $57.48^\circ$  和  $61.82^\circ$  变化到  $55.39^\circ$  和  $60.40^\circ$ , 受高频波影响不大。

### 5.2 高频波对涡粘系数随深度线性变化时定常 Ekman 流解的影响

当涡粘系数随深度线性变化时, 方程复数解 (12)–(14) 的实部和虚部可如下表示,

$$u_{WE2} = u_{E2} + u_{W2}, \quad (39)$$

$$v_{WE2} = v_{E2} + v_{W2}, \quad (40)$$

这里,  $u_{E2}$  和  $v_{E2}$  是经典 Ekman 解,  $u_{W2}$  和  $v_{W2}$  是 Stokes 漂流、风输入和波浪耗散的修正部分。

记  $u_{mWE2}$  和  $v_{mWE2}$  为截断频率范围内方程解的实部和虚部(即 Song(2009)给出的解),  $u_{WE2}$  和  $v_{WE2}$  为全频范围内方程解的实部和虚部,  $U_{E2}$ ,  $U_{mWE2}$  和  $U_{WE2}$  分别为经典解、截断频率范围内解以及全频范围内解的大小。图 7—图 10 显示了它们在风速  $U_{10}=10\text{m/s}$  和  $20\text{m/s}$  时的变化。

与前一小节比较可见, 涡粘系数的垂向结构对定常 Ekman 流解的影响很明显。当涡粘系数随深度线性变化时, 在风速分别取  $10\text{m/s}$  和  $20\text{m/s}$  的情况下, 考虑高频波之后流场在海表处的速度大小分别增加了 27.29% 和 17.17%。在 Ekman 层深度  $d_e$  内, 流场速度大小的均方根误差分别为 0.0032 和 0.0129。同样地, 海表面处的角度偏转受高频波影响不大, 分别由  $37.53^\circ$  和  $45.53^\circ$  变化到  $35.65^\circ$  和  $43.57^\circ$ 。

## 6 与已有观测结果的比较

与 Song(2009)一样, 本文也将包含高频波影响的定常 Ekman 流解与 LOTUS3(the Long-Term Upper-Ocean Study)和 EBC(the Eastern Boundary Current)观测结果(Price *et al.*, 1999)的比较。LOTUS3 数据取自 1982 年夏季 160 天西 Sargasso 海  $34^\circ\text{N}$ ,  $70^\circ\text{W}$  处, 平均风应力为  $0.07\text{Pa}$ 。EBC 数据取自 1993 年 4 月 8 日到 10 月 20 日(共 6 个月)位于距北 California 海岸 400m 处( $37^\circ\text{N}$ ,  $128^\circ\text{W}$ )停泊的 ADCP 和浮标观测, 平均风应力为  $0.09\text{Pa}$ 。

与 LOTUS3 比较时, 定常 Ekman 流解在风速  $U_{10}=6.8\text{m/s}$ , 科氏参数  $f_{cor}=8.36 \times 10^{-5}\text{s}^{-1}$  的条件下得到。与 EBC 比较时, 定常 Ekman 流解在风速  $U_{10}=7.6\text{m/s}$ , 科氏参数  $f_{cor}=8.77 \times 10^{-5}\text{s}^{-1}$  的条件下得到(图 11)。其中, 图 11 左图中数据 1—4 对应深度分别

为  $z = -5, -10, -15$  和  $-25\text{m}$ , 左下图解曲线上的 1—4 对应深度为  $z = -5, -10, -15$  和  $-25\text{m}$  处的解, 右图中数据 1—6 对应深度分别为  $z = -8, -16, -24, -32, -40$  和  $-48\text{m}$ , 右下图解曲线上的 1—3 对应深度为  $z = -8, -16, -24\text{m}$  处的解(由于解在 4—6 深度对应的点非常接近, 若画在图上会很不清, 故此处只标出解在 1—3 对应深度的点)。由图 11 可以看出, 考虑了高频波影响的方程解在顺风向( $x$  方向)的速度值与观测结果相比偏大, 而在近表层处侧风向( $y$  方向)的速度值更接近观测结果。

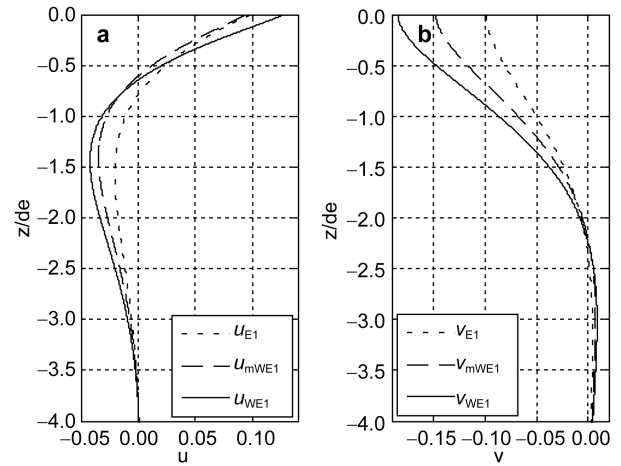


图 3 当风速  $U_{10} = 10\text{m/s}$  时, (a)  $u_{E1}, u_{mWE1}, u_{WE1}$ ; (b)  $v_{E1}, v_{mWE1}, v_{WE1}$  的变化

Fig.3 (a)  $u_{E1}, u_{mWE1}, u_{WE1}$  and (b)  $v_{E1}, v_{mWE1}, v_{WE1}$  for wind speed  $U_{10} = 10\text{m/s}$

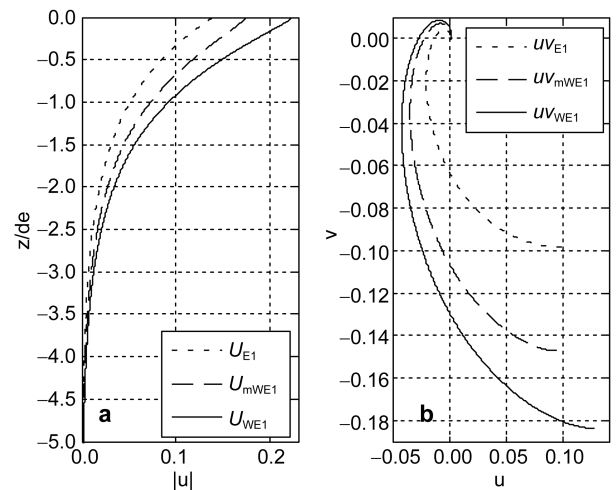


图 4 当风速  $U_{10} = 10\text{m/s}$  时, (a)  $U_{E1}, U_{mWE1}$  和  $U_{WE1}$  随无量纲深度  $z/d_e$  的变化; (b) 速度向量的矢端曲线

Fig.4 (a)  $U_{E1}, U_{mWE1}$  and  $U_{WE1}$  with the dimensionless depth  $z/d_e$  for wind speed  $U_{10}=10\text{m/s}$ ; (b) Hodograph showing the depth dependence of  $\mathbf{u}_{E1}, \mathbf{u}_{mWE1}$  and  $\mathbf{u}_{WE1}$  for wind speed  $U_{10} = 10\text{m/s}$

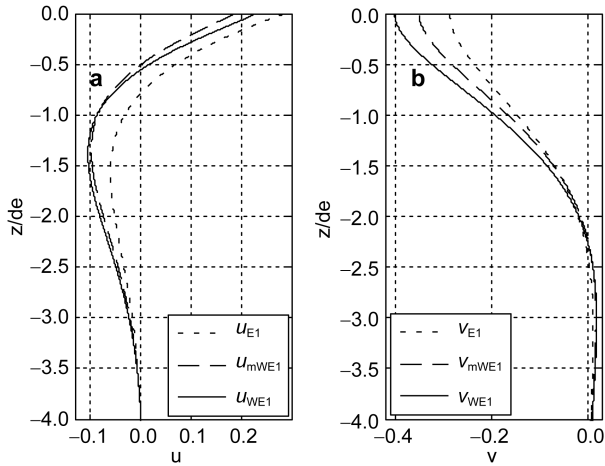


图 5 当风速  $U_{10} = 20\text{m/s}$  时, (a)  $u_{E1}$ ,  $u_{mWE1}$ ,  $u_{WE1}$ ; (b)  $v_{E1}$ ,  $v_{mWE1}$ ,  $v_{WE1}$  的变化

Fig.5 (a)  $u_{E1}$ ,  $u_{mWE1}$ ,  $u_{WE1}$  and (b)  $v_{E1}$ ,  $v_{mWE1}$ ,  $v_{WE1}$  for wind speed  $U_{10} = 20\text{m/s}$

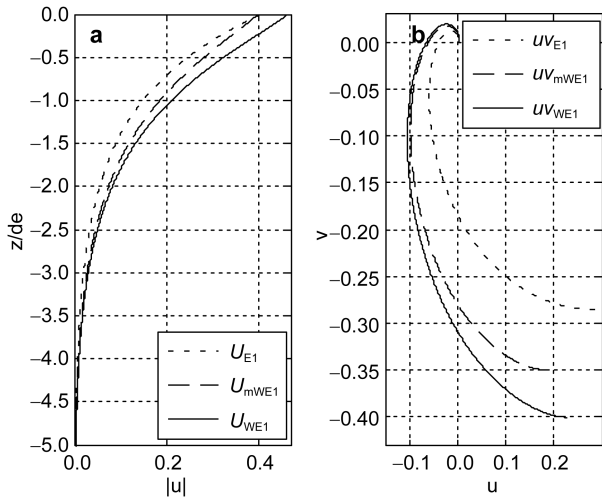


图 6 当风速  $U_{10} = 20\text{m/s}$  时, (a)  $U_{E1}$ ,  $U_{mWE1}$  和  $U_{WE1}$  随无量纲深度  $z/d_e$  的变化; (b) 速度向量的矢端曲线

Fig.6 (a)  $U_{E1}$ ,  $U_{mWE1}$  and  $U_{WE1}$  with the dimensionless depth  $z/d_e$  for wind speed  $U_{10}=20\text{m/s}$ ; (b) Hodograph showing the depth dependence of  $u_{E1}$ ,  $u_{mWE1}$  and  $u_{WE1}$  for wind speed  $U_{10} = 20\text{m/s}$

### 7 结论与讨论

本文利用推广的 DP 谱, 在涡粘系数取两种不同情况时, 研究了包含高频毛细重力波的随机表面波对 Stokes 漂流和波浪修正的定常 Ekman 流解的影响, 并将该解与观测结果作了比较。结果表明, 高频波对 Stokes 漂流在近海表处的影响可达 9% 以上, 并且风速增大时 Stokes 漂流速度也增大。当涡粘系数取两种不同情况时, 高频波对定常 Ekman 流解的影响通常不能忽略, 且当风速变大时近表层流速也变大。与观

测结果的比较可以看出, 考虑了高频波尾谱影响的解与观测值相比在顺风向(x 方向)的速度值与观测结果相比偏大, 而在近表层侧风向(y 方向)的速度值更接近观测结果。导致顺风向速度值与观测结果相比偏大的主要原因可能是我们采用了特定形式的涡粘性系数。当然, 下面提到的其它因素也会对解的特征产生影响。

到目前为止, 关于包含高频波影响的海浪谱还有一些其它的形式, 如 Kudryavtsev 等(1999, 2003)给出了含有毛细重力波的全波数方向谱, Tsagareli 等

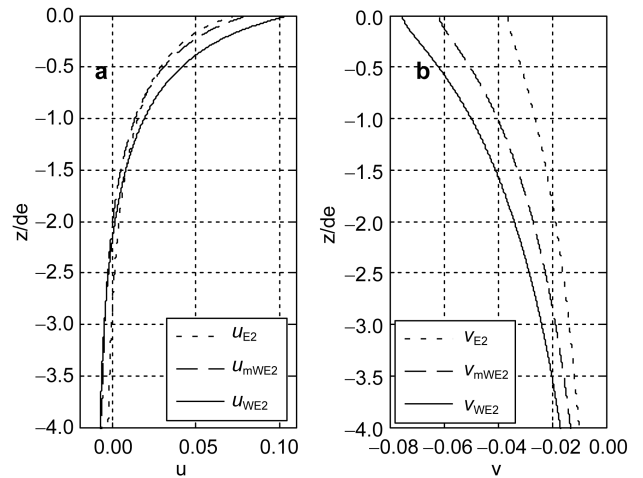


图 7 当风速  $U_{10} = 10\text{m/s}$  时, (a)  $u_{E2}$ ,  $u_{mWE2}$ ,  $u_{WE2}$ ; (b)  $v_{E2}$ ,  $v_{mWE2}$ ,  $v_{WE2}$  的变化

Fig.7 (a)  $u_{E2}$ ,  $u_{mWE2}$ ,  $u_{WE2}$  and (b)  $v_{E2}$ ,  $v_{mWE2}$ ,  $v_{WE2}$  for wind speed  $U_{10} = 10\text{m/s}$

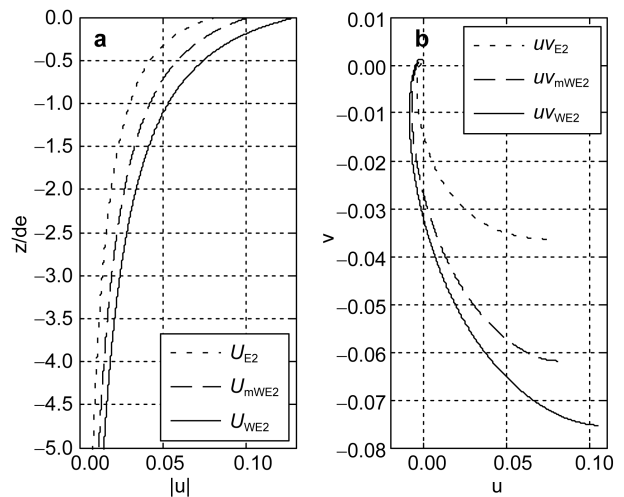


图 8 当风速  $U_{10} = 10\text{m/s}$  时, (a)  $U_{E2}$ ,  $U_{mWE2}$  和  $U_{WE2}$  随无量纲深度  $z/d_e$  的变化; (b) 速度向量的矢端曲线

Fig.8 (a)  $U_{E2}$ ,  $U_{mWE2}$  and  $U_{WE2}$  with the dimensionless depth  $z/d_e$  for wind speed  $U_{10}=10\text{m/s}$ ; (b) Hodograph showing the depth dependence of  $u_{E2}$ ,  $u_{mWE2}$  and  $u_{WE2}$  for wind speed  $U_{10} = 10\text{m/s}$

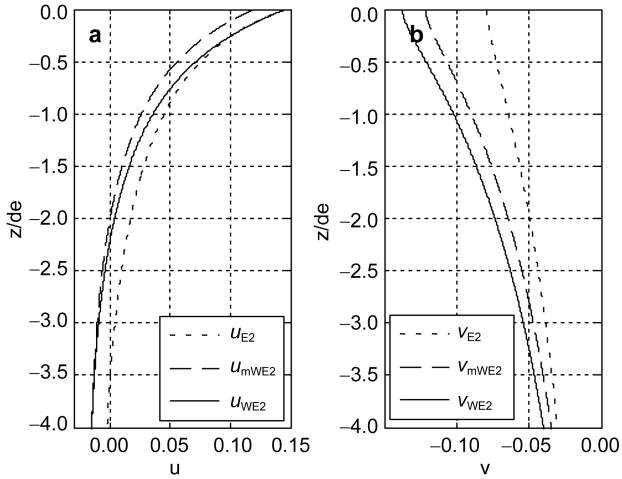


图 9 当风速  $U_{10} = 20\text{m/s}$  时, (a)  $u_{E2}$ ,  $u_{mWE2}$ ,  $u_{WE2}$ ; (b)  $v_{E2}$ ,  $v_{mWE2}$ ,  $v_{WE2}$  的变化

Fig.9 (a)  $u_{E2}$ ,  $u_{mWE2}$ ,  $u_{WE2}$  and (b)  $v_{E2}$ ,  $v_{mWE2}$ ,  $v_{WE2}$  for wind speed  $U_{10} = 20\text{m/s}$

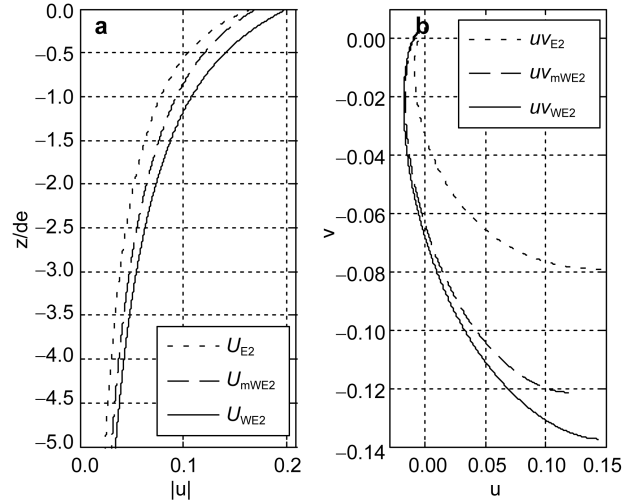


图 10 当风速  $U_{10} = 20\text{m/s}$  时, (a)  $U_{E2}$ ,  $U_{mWE2}$  和  $U_{WE2}$  随无量次深度  $z/d_e$  的变化; (b) 速度向量的矢端曲线

Fig.10 (a)  $U_{E2}$ ,  $U_{mWE2}$  and  $U_{WE2}$  with the dimensionless depth  $z/d_e$  for wind speed  $U_{10}=20\text{m/s}$ ; (b) Hodograph showing the depth dependence of  $\mathbf{u}_{E2}$ ,  $\mathbf{u}_{mWE2}$  and  $\mathbf{u}_{WE2}$  for wind speed  $U_{10} = 20\text{m/s}$

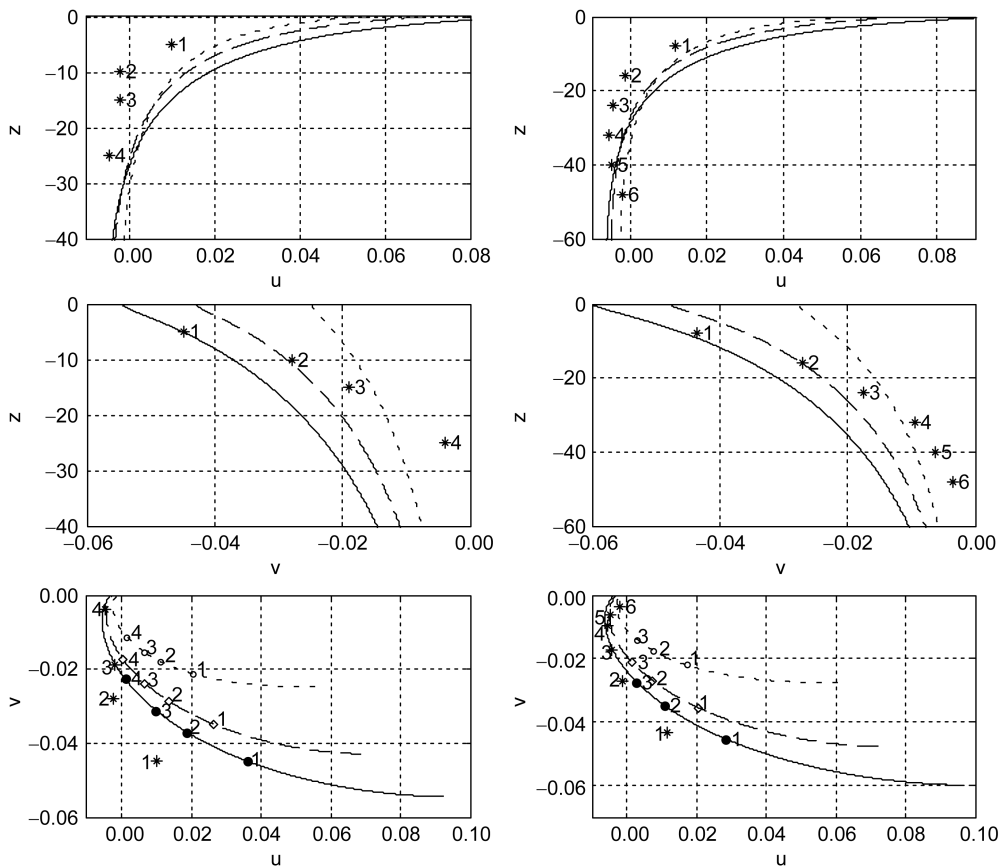


图 11 方程解与 LOTUS3(左边)和 EBC(右边)数据(用\*表示)的比较

Fig.11 The comparison of the solutions with the LOTUS3 (left) and EBC (right) data, denoted with star 实验数据点的深度用数字表示。点线表示经典 Ekman 解( $u_E, v_E$ ), 虚线表示截断频率范围内方程的解( $u_{mWE}, v_{mWE}$ ) (即 Song(2009) 给出的解), 实线表示全频范围内方程的解( $u_{WE}, v_{WE}$ )。最上图表示顺风速度随深度变化, 中间图表示侧风速度随深度变化, 下图表示顺风速度与侧风速度的矢端曲线

(2010)根据 JONSWAP 谱和 DHH 谱(Donelan *et al*, 1985)计算了全频范围内修正的风输入函数, Babanin 等(2010)在 DHH 谱的基础上给出了全频率范围内的联合波浪谱。因此, 探讨谱形对上述结果的影响也是必要的。

在计算高频表面波对定常 Ekman 流解的影响时, 很多因素被忽略掉了, 如密度分层、表面加热、浮力通量和科氏参量的水平分量等。这些因素在一定条件下可能是重要的, 本文不作具体讨论。

### 参 考 文 献

- 张子范, 李家春, 1997. 风浪充分发展下海面阻力系数的数值研究. 力学学报, 29(4): 385—394
- Babanin A V, Tsagareli K N, Young I R *et al*, 2010. Numerical investigation of spectral evolution of wind waves. Part II: Dissipation term and evolution tests. *J Phys Oceanogr*, 40(4): 667—683
- Banner M L, Peirson W L, 1998. Tangential stress beneath wind-driven air-water interfaces. *J Fluid Mech*, 364(01): 115—145
- Donelan M A, Hamilton J, Hui W H, 1985. Directional spectra of wind-generated waves. *Phil Trans R Soc Lond*, 315(1534): 509—562
- Donelan M A, Pierson W J, 1987. Radar scattering and equilibrium ranges in wind-generated waves with application to scatterometry. *J Geophys Res*, 92(C5): 4971—5029
- Ekman V W, 1905. On the influence of the earth's rotation on ocean currents. *Arch Math Astron Phys*, 2: 1—52
- Guan C L, Xie L, 2004. On the linear parameterization of drag coefficient over sea surface. *J Phys Oceanogr*, 34(12): 2847—2851
- Hasselmann K, and Coauthors, 1988. The WAM model—A third generation ocean wave prediction model. *J Phys Oceanogr*, 18(12): 1775—1810
- Huang N E, 1971. Derivation of Stokes drift for a deep-water random gravity wave field. *Deep-Sea Res*, 18(2): 255—259
- Jenkins A D, 1989. The use of a wave prediction model for driving a near surface current model. *Dtsch Hydrogr Z*, 42(3—6): 134—149
- Kenyon K E, 1969. Stokes drift for random gravity waves. *J Geophys Res*, 74(28): 6991—6994
- Komen G J, Cavaleri L, Donelan M *et al*, 1994. Dynamics and Modelling of Ocean Waves. Cambridge University Press, 1—532
- Kudryavtsev V N, Makin V K, Chapron B, 1999. Coupled sea surface-atmosphere model. 2. Spectrum of short wind waves. *J Geophys Res*, 104(C4): 7625—7639
- Kudryavtsev V N, Hauser D, Caudal G *et al*, 2003. A semiempirical model of the normalized radar cross-section of the sea surface 1. Background model. *J Geophys Res*, 108(C3), 8055, doi:10.1029/2001JC001004
- Lewis D M, Belcher S E, 2004. Time-dependent, coupled, Ekman boundary layer solutions incorporating Stokes drift. *Dyn Atmos Oceans*, 37(4): 313—351
- Madsen O S, 1977. A realistic model of the wind-induced Ekman boundary layer. *J Phys Oceanogr*, 7(2): 248—255
- Mellor G, Blumberg A, 2004. Wave breaking and ocean surface layer thermal response. *J Phys Oceanogr*, 34(3): 693—698
- Paskyabi M B, Fer I, Jenkins A D, 2012. Surface gravity wave effects on the upper ocean boundary layer: Modification of a one-dimensional vertical mixing model. *Continental Shelf Research*, 38: 63—78
- Price J F, Sundermeyer M A, 1999. Stratified Ekman layers. *J Geophys Res*, 104(C9): 20467—20494
- Rascle N, Ardhuin F, Terray E A, 2006. Drift and mixing under the ocean surface: A coherent one-dimensional description with application to unstratified conditions. *J Geophys Res*, 111, C03016, doi:10.1029/2005JC003004
- Santiago-Mandujano F, Firing E, 1990. Mixed-layer shear generated by wind stress in the central equatorial Pacific. *J Phys Oceanogr*, 20(10): 1576—1582
- Song J B, 2009. The effects of random surface waves on the steady Ekman current solutions. *Deep-Sea Research I*, 56(5): 659—671
- Tang C L, Perrie W, Jenkins A D *et al*, 2007. Observation and modeling of surface currents on the Grand Banks: a study of the wave effects on surface currents. *J Geophys Res*, 112, C10025, doi:10.1029/2006JC004028
- Tsagareli K, 2008. Numerical investigation of wind input and spectral dissipation in evolution of wind waves. Ph.D. thesis, University of Adelaide
- Tsagareli K N, Babanin A V, Walker D J, Young I R, 2010. Numerical investigation of spectral evolution of wind waves. Part I: Wind-input source function. *J Phys Oceanogr*, 40(4): 656—666



## EFFECTS OF HIGH FREQUENCY SURFACE WAVES ON THE STEADY EKMAN CURRENT SOLUTIONS

XU Jun-Li<sup>1,2</sup>, SONG Jin-Bao<sup>1</sup>

(1. *Institute of Oceanology, Chinese Academy of Sciences, Qingdao 266071, China;*

2. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

**Abstract** Based on the wave-modified Ekman model including the Stokes drift, wind input, and wave dissipation by Jenkins (1989), the effects of high frequency surface waves (including the short waves in capillary wave range) on the Stokes drift, and analytic steady solutions of wave-modified Ekman equation are studied. The steady solutions are obtained under the assumptions that eddy viscosity is independent of depth; and eddy viscosity increases linearly with depth using generalized Donelan and Pierson (1987) spectrum, wave dissipation of Paskyabi *et al* (2012), and modified wind input that is similar to Paskyabi *et al* (2012). The results demonstrate that high-frequency surface waves strengthen the shear of the Stokes drift at the sea surface and the effects on the Ekman solutions should not be neglected. However, the effect of angular turning on the sea surface is very small. In addition, the wave-modified solutions obtained by including high frequency waves are compared with the observations and the classical Ekman solution.

**Key words** high frequency waves; steady Ekman current solutions; Stokes drift; wind input; wave dissipation