第 25 卷 第 4 期 海洋与湖沼 Vol. 25, No. 4
1994 年 7 月 OCEANOLOGIA ET LIMNOLOGIA SINICA July, 1994

关于 Bretschneider 风浪频谱的注记*

孙 孚
(青岛海洋大学物理海洋实验室,青岛 266003)

丁 平 兴†
(华东师范大学河口海岸研究所,上海 200062)

提要 依据作者提出的海浪能量外观分布,即外频谱的概念,重新推导了 Bretschneider 风浪谱,极大地简化了 Bretschneider 原来的推演过程,并对谱的系数予以订正,将订正后的 Bretschneider 谱与 Pierson 和 Moscowitz 谱进行了比较,结果表明,两种风浪频谱在数学表述上是完全等价的。

关键词 海浪能量的外观分布 外频谱 海浪频谱 内频谱

Bretschneider 谱(1959,1963)是海洋工程中迄今仍被广泛应用的一种海浪频谱,其推导过程极为冗长,推演过程中的某些中间结果也很不一致。文圣常等(1984)曾经明确指出,此谱在概念上与通常的海浪谱是不同的。本文依据作者(1994)提出的海浪能量外观分布的概念,极为简明地重新推导了 Bretschneider 谱,并订正了它的系数。研究发现,Bretschneider 谱与更为广泛应用的 Pierson-Moscowitz 谱(1964)在数学上是完全等价的,考虑到 PM 谱是于 60 年代根据在大西洋中实测的大量资料,依照“方差谱”的概念做谱估计得到的,故应为通常的海浪谱,即内频谱。但是它与 Bretschneider 谱在概念上应有的本质差别并未导致两者数学形式的不同,这是一个令人惊讶并值得深入研究的事实。

1 Bretschneider 谱的推导

海浪能量的外观分布,以下简称为外频谱,定义为:

$$e(\Omega)=\frac{1}{8}\int_0^{\infty}H^2f(H,\Omega)dH \tag{1}$$

此处,Ω 为海浪的外观频率,它可由记录资料直接读取的外观周期 T 依下式计算:

$$\Omega=\frac{2\pi}{T} \tag{2}$$

式中,H 为海浪波高;$f(H,\Omega)$ 为波高与外观频率的联合概率分布密度;因子 1/8 的引入是考虑到单位水面的波动能量为:$E=\frac{1}{8}\rho gH^2$,其中,ρ 为海水密度;g 为重力加速度。

* 国家自然科学基金资助,49276248 号。

† 青岛海洋大学物理海洋实验室兼职研究人员。

收稿日期:1992 年 6 月 18 日,接受日期:1993 年 5 月 18 日。

式(1)给出了单位外观频率间隔内的波对单位水面上平均波动能量的贡献。因此,它代表海浪能量在外观频率域上的分布。 为此后讨论方便,将 $e(\Omega)$ 简称为海浪的外频谱,以便与描述海浪能量的内部结构的海浪频谱 $E(\omega)$ 区分开来。应予特别注意的是,$E(\omega)$ 中的自变量 ω,乃是构成海浪的各个组成波的频率,或简称为内频率。由此可见,$e(\Omega)$ 与 $E(\omega)$ 概念上是完全不同的。

在海浪波高与周期不相关的条件下,其波高与周期的联合概率分布密度可以简单地表示为:

$$f(H,T)=f(H)\cdot f(T) \tag{3}$$

其中 $f(H)$ 为波高分布的概率密度:

$$f(H)=2A\left(\frac{H}{\bar{H}^2}\right)\exp\left\{-A\left(\frac{H}{\bar{H}}\right)^2\right\} \tag{4}$$

$f(T)$ 为周期分布的概率密度,其经验形式为:

$$f(T)=4B\frac{T^3}{(\bar{T})^4}\exp\left\{-B\left(\frac{T}{\bar{T}}\right)^4\right\} \tag{5}$$

此处,$\bar{H}$ 为平均波高;$\bar{T}$ 为平均周期;A,B 均为常数,其值分别为:

$$A=\frac{\pi}{4},\quad B=\left[\Gamma\left(\frac{5}{4}\right)\right]^4=(0.9064)^4=0.675$$

由概率论中的随机变量代换理论,用式(2),(3),(4)及(5),可立即导出波高与外观频率的联合分布概率密度:

$$f(H,\Omega)=f(H)\cdot 4B\frac{\bar{\Omega}^4}{\Omega^5}\exp\left\{-B\left(\frac{\bar{\Omega}}{\Omega}\right)^4\right\}$$

其中,$\bar{\Omega}=\frac{2\pi}{\bar{T}}$。由(1)式积分可得:

$$e(\Omega)=\frac{1}{8}\cdot\frac{4B}{A}\bar{H}^2\cdot\frac{\bar{\Omega}^4}{\Omega^5}\exp\left\{-B\left(\frac{\bar{\Omega}}{\Omega}\right)^4\right\} \tag{6}$$

将 A,B 的值代入可有: $e(\Omega)=\frac{1}{8}S(\Omega)$

$$S(\Omega)=3.437\cdot\bar{H}^2\frac{\bar{\Omega}^4}{\Omega^5}\exp\left\{-0.675\left(\frac{\bar{\Omega}}{\Omega}\right)^4\right\} \tag{7}$$

显然,$S(\Omega)$ 即为 Bretschneider 经过繁难推导获得的谱。可见 $e(\Omega)$ 与 $S(\Omega)$ 的唯一差别为 1/8 的因子。将(6)式与(7)式分别积分,可得:

$$\int_0^\infty e(\Omega)d\Omega=\sigma^2 \qquad \int_0^\infty S(\Omega)d\Omega=8\sigma^2$$

在计算上述积分时,我们利用了下述关系:

$$\bar{H}^2=2\pi\sigma^2 \tag{8}$$

其中 σ^2 为波面方差。另外,若注意到波高的平方平均值 $\overline{H^2}$ 与方差 σ^2 的关系:

$$\overline{H^2}=8\sigma^2 \tag{9}$$

则可看出,$e(\Omega)$ 的零阶矩为波面方差 σ^2,$S(\Omega)$ 的零阶矩不是波面方差,而是波高的

平方平均值 $\bar{H}^2$。因此，我们导出的外频谱 $e(\Omega)$ 更符合通常海浪谱的概念，即外谱与内谱的零阶矩相等，且均等于波面方差。即单位水平上的总波动能量，无论对外观频率域还是内频率域，其值应当是相同的，这与我们的物理概念是一致的。

2 $e(\Omega)$ 与 PM 谱的比较

Pierson-Moscowitz 谱，或称为 PM 谱的形式为：

$$S(\omega)=\alpha g^2\omega^{-5}\exp\left[-\beta\left(\frac{g}{U\omega}\right)^4\right] \tag{10}$$

其中 U 为平均风速；α,β 为常数，其值为：$\alpha=8.10\times10^{-3},\beta=0.74$。另外 $e(\Omega)$ 可以改写为：

$$e(\Omega)=ag^2\Omega^{-5}\exp\left[-B\left(\frac{g}{UF_2\Omega}\right)^4\right] \tag{11}$$

式中，$a=\frac{1}{8}\times 3.437\cdot\frac{F_1^2}{F_2^4}$。

$$F_1=\frac{g\bar{H}}{U^2} \tag{12}$$

$$F_2=\frac{g}{\bar{\Omega}U} \tag{13}$$

首先假定式(10)与(11)式是相同的，则比较两者可以求得：

$$F_2^4=\frac{B}{\beta} \tag{14}$$

$$F_1^2=8\times8.10\times10^{-3}\cdot\frac{\pi}{16B}\cdot\frac{B}{\beta} \tag{15}$$

再利用式(8)以及(12)—(15)式，就可算出无因次方差 $\tilde{\sigma}$：

$$\tilde{\sigma}=\frac{g\sigma}{U^2}=\frac{F_1}{\sqrt{2\pi}}=\sqrt{\frac{8.10\times10^{-3}}{4\times\beta}}=0.0523 \tag{16}$$

此无因次方差值恰好等于 Pierson 与 Moscowitz 给出的，这就反过来说明式(6)与(10)是等同的。上述计算表明，我们引入因子对 Bretschneider 谱进行订正是完全正确的，否则我们给出的无因次方差就不会与 Pierson 和 Moscowitz 给出的值完全相同，由此可以得出结论，若将 Bretschneider 谱的系数以因子 1/8 予以订正则此谱与 PM 在数学表述上是完全等价的。

3 结语

利用海浪能量外观分布的概念，可以简明地导出 Bretschneider 谱，将此谱的系数乘以因子 1/8 之后，即本文导出的谱，与 PM 谱在数学表述上是完全等价的。这也恰好说明，作为描述海浪外观能量分布的 Bretschneider 谱与作为通常海浪谱的 PM 谱两者之间在概念上虽然存在本质区别，但未导致外频谱与内频谱在数学表述形式上的重大差别。

根据目前的海浪理论知识水平，要想从理论上确定海浪谱的精确形式，显然是十分困难的。 Bretschneider 谱，特别是 PM 谱迄今仍被广泛应用的事实说明，在内频谱的理论

谱形尚无法完全确定的条件下，用外频谱去暂时替代内频谱的作法是可取的。在这种意义下，对外频谱进行更深入的研究将具有一定的理论意义与实用价值。

参 考 文 献

文圣常、余宙文，1984，海浪理论与计算原理，科学出版社(北京)，152—156，405—408。

孙孚、丁平兴，1994，海浪能量的外观分布，中国科学(B辑)，**24**(2): 209—215。

Bretschneider, C. I., 1959, Wave variability and wave spectra for wind-generated gravity waves, *Tech. Mem.*, **113**:192.

Bretschneider, C.I., 1963, A One-dimensional Gravity Wave Spectrum, Ocean Wave Spectra, Prentice Hall, Inc. (Englewood Cliffs, N.J., U.S.A), pp.41—56.

Pierson, W. Jr. and Moscowitz, L., 1964, A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S. A. Kitaigorodskii, *J.G.R.*, **69**(24): 5 181—5 190.

A NOTE ON BRETSCHNEIDER SPECTRUM

Sun Fu

(*Laboratory of Physical Oceanography, Ocean University of Qingdao, Qingdao* 266003)

Ding Pingxing†

(*Institute of Estuarine and Coastal Research, East China Normal University, Shanghai* 200062)

ABSTRACT

Based upon the apparent energy distribution of sea waves (which is a concept proposed priviously by the authors), the Bretschneider spectrum is rederived in extremely simplified manner and its coefficient is revised through some theoretical consideration. The rededuced spectrum being mathematically equivalent to the spectrum given by Pierson and Moscowitz indicates that the difference in basic idea between the above two spectra has not led to any discrepacy in their expressions, so that the utilization of the apparent energy distribution is an effective way to obtain the spectrum of wind waves which is very difficult or even impossible to determine based on current knowledge of wind wave theory.

Key words Apparent energy distribution of sea waves Apparent frequency spectrum Frequency spectrum of sea Waves inner frequency

† Visiting scholar at Laboratory of Physical Oceanography, Ocean University of Qingdao.